التمرين الأول في كتاب المدرسة

رقم ١ :- أ - أوجد الحد الخالي من س في مفكوك

$$\left(\frac{\sqrt{3}س^{2}}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}س}\right)^{9}$$

الحل

نفرض أن ح يحتوي علي س

$$ر+1$$

$$ح_{ر+1} = {}^{9}ق_{ر}\left(\frac{1}{\sqrt{3}س}\right)^{9-ر}\left(\frac{\sqrt{3}س^{2}}{2}\right)^{ر}$$

$$-ر \quad 18 - 2ر \quad 0 \quad 18-2ر \quad 0$$

$$س \times س = س \Leftarrow س = س$$

$$18 - 2ر = 0 \Leftarrow ر = 6$$

∴ الحد الخالي من س في المفكوك

$$ح_{7} = {}^{9}ق_{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}س}\right)^{3}\left(\frac{\sqrt{3}س^{2}}{2}\right)^{6}$$

$$= \frac{1}{729} \times 8 \times \frac{27}{8} = \frac{7}{18}$$

رقم ١ :- (ب)

إذا كان ل $= \frac{2+ت}{1+ت}$ ، م $= \frac{1+2ت}{1+ت}$

برهن أن ل ، م مترافقان ثم أوجد قيمة

$$\frac{2}{3}(13ل - 5م)$$

الحل

$$ل = \frac{(2+ت)(1-ت)}{(1+ت)(1-ت)} = \frac{2-ت-ت^{2}}{1-ت^{2}}$$

$$= \frac{2-ت+1}{1+1} = \frac{3-ت}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}ت$$

$$م = \frac{(1+2ت)(1-ت)}{(1+ت)(1-ت)} = \frac{1+ت-2ت^{2}}{1-ت^{2}}$$

$$= \frac{1+ت+2}{1+1} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}ت$$

∴ ل ، م مترافقان

المقدار =

$$\sqrt{\frac{2}{3}(13ل - 5م) - \frac{2}{3}\times 13ل - 5م}$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\times 13\left(\frac{3-ت}{2}\right)\left(\frac{2+ت}{2}\right) - \frac{10}{3}}$$

$$= \sqrt{8 - 6ت} = س + ص ت$$

بتربيع الطرفين $8-6ت = س^{2} - ص^{2} + 2س ص ت$

$س^{2} - ص^{2} = 8$ ①

$2 س ص = -6$ $ص = \frac{-3}{س}$

بالتعويض في ① نجد أن

$$س^{2} - \frac{9}{س^{2}} = 8 \quad س^{4} - 8 س^{2} - 9 = 0$$

$$(س^{2} - 9)(س^{2} + 1) = 0 \quad \text{من} \times -1$$

$$س^{2} = 9 \quad س = \pm 3$$

$$ص = \frac{-3}{س} = \frac{-3}{\pm 3} = \mp 1$$

$$\sqrt{8-6ت} = \pm(3 - ت)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}(13ل - 5م)} = \pm(3 - ت)$$

رقم ١ :- (جـ) ضع علي الصورة الأسيه

$$\left(\frac{\sqrt{37+ت}}{4}\right)^{2}$$

الحل

$$\frac{\sqrt{37+ت}^{2}}{4^{2}} = \frac{(\sqrt{37}+ت)(\sqrt{37}-ت)}{4^{2}(\sqrt{37}-ت)}$$

$$= \frac{37+ت}{4^{2}(\sqrt{37}-ت)} = \frac{37-ت^{2}}{4^{2}(\sqrt{37}-ت)}$$

يتم التحويل للصورة المثلثية ثم الأسيه

$37 - ت = (\sqrt{37}, -1)$ يقع في الربع الرابع

$$ل = \sqrt{37+1} = 2 \quad \text{جتا}\theta = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$\text{جا}\theta = \frac{1}{2} \quad \theta = 360 - 330 = 30$$

$$\frac{1}{4^{2}\text{جـ}^{33}}$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6} \quad \therefore |(\sqrt{3} - ت)| = 2 هـ$$

$$(|\sqrt{3} - ت|)^{2} = 4(هـ^{\frac{11\pi ت}{6}})^{2}$$

$$(\frac{4}{\sqrt{37+ت}})^{2} = 4 هـ^{\frac{11\pi ت}{3}} = 4 هـ^{\frac{2\pi ت}{3}}$$

هل أقدر يمكن تحويل كل من البسط والمقام إلي الصورة المثلثية أو الأسيه ثم نأتي بخارج قسمة عددين مركبين وتكمل الحل .

$$\frac{4(\text{جتا}\,0 + ت\,\text{جا}\,0)}{\sqrt{3}+ت}$$

$$= \frac{4(\text{جتا}\frac{11\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{11\pi}{6})}{2(\text{جتا}\frac{\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{6})}$$

$$\frac{4}{\sqrt{37+ت}} = 2(\text{جتا}\frac{10\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{10\pi}{6})$$

بالاضافة 2π للنسعة نجد أن

$$[\frac{4}{\sqrt{37+ت}}]^{2} = [2(\text{جتا}\frac{11\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{11\pi}{6})]^{2}$$

$$= 4(\text{جتا}\frac{22\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{22\pi}{3}) = 4 هـ^{\frac{22\pi ت}{3}}$$

$$= 4 هـ^{\frac{2\pi ت}{3}}$$

رقم ١ :- (د) اثبت أن

$$\begin{vmatrix} 1 & ب_{1}س & ب_{1}^{2}س^{2} \\ 1 & ب_{2}س & ب_{2}^{2}س^{2} \\ 1 & ب_{3}س & ب_{3}^{2}س^{2} \end{vmatrix} = (ب_{2} - ب_{1})(ب_{3} - ب_{1})(ب_{3} - ب_{2})س^{3}$$

الحل

الطرف الأيمن (بعد تقسيمه إلى المحددين كما لاحظنا)

$$\begin{vmatrix} 1 & ب_{1}س & ب_{1}^{2}س^{2} \\ 1 & ب_{2}س & ب_{2}^{2}س^{2} \\ 1 & ب_{3}س & ب_{3}^{2}س^{2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2}س^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2}س^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2}س^{2} \end{vmatrix}$$

- ع س + ع ثم أخذ س عامل مشترك من الثاني

$$= \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix} + س \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2}س \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2}س \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2}س \end{vmatrix}$$

بضرب ع × ١ + ع للمحدد الثاني

$$= \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix} + س \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2}س \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2}س \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2}س \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix} + س^{2} \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix}$$

بتبديل ع مكان ع للمحدد الثاني

$$= -س^{2} \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix}$$

بأخذ المحدد عامل مشترك

$$= (1 - س^{2}) \begin{vmatrix} 1 & ب_{1} & ب_{1}^{2} \\ 1 & ب_{2} & ب_{2}^{2} \\ 1 & ب_{3} & ب_{3}^{2} \end{vmatrix} = \text{الأيسر}$$

رقم ٢ :- (ب) مفكوك

$(١ + ٢ س)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كانت النسبة بين الحدين الثامن والـ ... كنسبة ١ : ٢١ عندما س = ٣ إحسب قيمة ن

الحـــــــــل

$\frac{ح_{١٠}}{ح_٩} = \frac{٢٨}{١} \Leftarrow \frac{ح_{١٠}}{ح_٩} \times \frac{ح_٩}{ح_٨} = ٢٨$

$\frac{ن - ٩ + ١}{٩} \times ٢ س \times \frac{ن - ٨ + ١}{٨} \times ٢ س = ٢٨$

$\frac{(ن - ٨)}{٩} \times ٦ \times \frac{(ن - ٧)}{٨} \times ٦ = ٢٨$

$\frac{(ن - ٨)(ن - ٧)}{٢} = ٢٨ \Leftarrow (ن-٨)(ن-٧) = ٥٦$

$(ن-٧)(ن-٨) = ٨ \times ٧$

$ن - ٧ = ٨ \Leftarrow$ $\boxed{ن = ١٥}$

... باستخدام طريقة كرامر حل المعادلات الآتيه

$٢س + ٢ص + ع = ٢$

$س + ص + ع = ٢$

$س - ٣ص + ع = ٦$

الحـــــــــل

$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & ٢ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \\ ١ & -٣ & ١ \end{vmatrix} = ٢ \times ٤ + ١ \times -٤ = ٤$

$\Delta س = \begin{vmatrix} ٢ & ٢ & ١ \\ ٢ & ١ & ١ \\ ٦ & -٣ & ١ \end{vmatrix} = ٤ ، \Delta ص = \begin{vmatrix} ٢ & ٢ & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ١ & ٦ & ١ \end{vmatrix} = -٤$

$\Delta ع = \begin{vmatrix} ٢ & ٢ & ٢ \\ ١ & ١ & ٢ \\ ١ & -٣ & ٦ \end{vmatrix} = ٨$

$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{٤} = ١$

$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٤}{٤} = -١$

$ع = \frac{\Delta ع}{\Delta} = \frac{٨}{٤} = ٢$ مجموعة الحل {(١ ، -١ ، ٢)}

(ب) $\frac{س + \omega ص}{\omega^٢ س + ص} + \frac{ع + \omega^٢ ل}{ع + ل \omega} = -١$

الحـــــــــل

الأيمن = $\frac{\omega^٣ س + \omega ص}{\omega^٢ س + ص} + \frac{ع \omega^٢ + \omega^٣ ل}{ع + ل\omega}$

$= \frac{\omega(\omega^٢ س + ص)}{(\omega^٢ س + ص)} + \frac{\omega^٢ (ع + \omega ل)}{(ع + \omega ل)}$

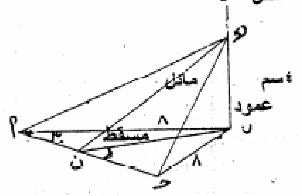
$= \omega + \omega^٢ = -١$

... الهندسه الفراغية رقم ١ :- (ب) أ ب جـ مثلث فيه ق(أ) = ٣٠°، أ ب = ٨سم رسم ب د ⊥ المستوي أ ب جـ أخذت النقطه هـ ∈ ب د بحيث ب هـ = ٤ سم ، رسم $\overleftarrow{ب ن}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ويقطعه في ن

أولا :- اثبت أن $\overline{هـ ن}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$

، ثانيا:- اوجد ق(د ب - $\overleftrightarrow{أ جـ}$ - هـ)

الحـــــــــل



المسقط ب ن ⊥ أ جـ المائل هـ ن ⊥ أ جـ

∠ (هـ ن ب) هي مقياس الزاويه المستويه للزاويه الزوجـ بين المستويين ب أ جـ ، هـ أ جـ

ب ن = ٨ جا ٣٠ = ٤

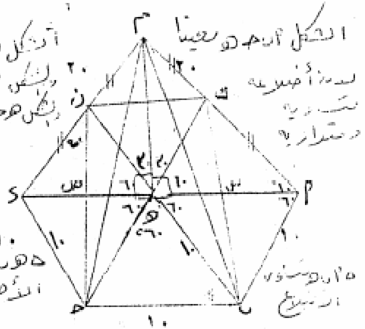
ظا (د هـ - $\overleftrightarrow{أ جـ}$ - ب) = $\frac{٤}{٤}$ = ١

ق (هـ - $\overleftrightarrow{أ جـ}$ - ب) = ٤٥°

... ب جـ د شبه منحرف متساوي الساقين فيه ... أ د = ٢٠ سم ، أ ب = ب جـ = جـ د ... م س مستوي عمودي المستوي أ ب جـ د ... ضلع أ د رسم المثلث المتساوي الأضلاع م أ د في المستوي س

١ - ... أ = م ب = م جـ = م د = ٢٠ سم

٢ - ... ك ، ن منتصفي م أ ، م د فاثبت أن ... ك ن جـ مستطيل واحسب طول قطره ... مساحته



الحل :- نسقط العمود م هـ ⊥ أ د فينصفه ثم نصل ب هـ ، جـ هـ الشكل أ ب جـ هـ ، ب جـ د هـ معينا

هـ // ب جـ ويساويه ب هـ = هـ جـ = ١٠ سم

لكن د هـ = ٢٠ جا ٦٠ = $١٠\sqrt{٣}$

د ب = د جـ = $\sqrt{١٠٠ + ٣٠٠} = \sqrt{٤٠٠}$

د ب = د جـ = ٢٠ سم

د أ = ن ب = ن جـ = د د = ٢٠ سم

... هـ ك ، هـ ن وهما يصلان من رأس القائمة الى منتصف الوتر ك هـ = هـ ن = ١٠ سم

المثلثات ك أ هـ ، أ هـ ب ، هـ د جـ ، ن هـ د متساوية الأضلاع ، أ د ⊥ م هـ وعند وضع الزوايا نجد أن هـ ك ، ... على استقامة واحدة وكذلك ك هـ = هـ جـ = ب هـ ... القطران متساويان وغير متعامدان

الشكل ب ك ن جـ مستطيل ويكون طول قطره = ٢٠سم

... المستطيل الثاني :- ... متساوي الاضلاع ... هـ ك معين (قطراه متعامدان)

... ك ن // أ د

... ق (د ن ك س) = ٩٠° ... كل زوايا المستطيل ... قوائم

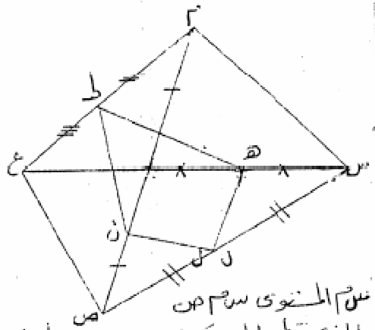
لكن ... = $\frac{١}{٢}$ ... ك ن = ب جـ ②

... ويساويه وكل الزوايا قوائم ... مستطيل #

... م س ص ع هرم ثلاثي رسم مستوي يوازي كلا من م س ، ص ع مارا بالنقطة ل منتصف س ص وقاطعا م ص ، م ع ، س ع في ن ، ط ، هـ علي الترتيب اثبت أن ل ن ط هـ متوازي أضلاع محيطه = م س + ص ع

الحـــــــــل

الحـــــــــل



المستوى س م ص الذي تقطع المستوى ... ل ن ، ل ن // س م ... منتصف س ص

ل ن // س م ويساوي نصفه ① ∵ ن منتصف م ص

س م // المستوي ل ن ط هـ ومارا به المستوي س م ع الذي قطعه في هـ ط

هـ ط // س م ويساوي نصفه ② من ١ ، ٢ نجد أن ل ن // هـ ط ويساويه

الشكل ل ن ط هـ متوازي أضلاع ومن الممكن إثبات أن كل ضلعين متقابلين متوازيين

محيط ل ن ط هـ = ٢ (ل ن + ن ط)

= ٢ ل ن + ٢ ن ط = م س + ص ع

النموذج الثاني :- رقم ١ :- (أ)

إذا كان $^{ن+م}ل_م = ٢١٠$ ، $^{ن-٣}ق_٣ = ٣٥$

أوجد كل من م ، ن - الحل

$^{ن+د}ل_م = ١٥ \times ١٤ \Leftarrow ^{م+ن}ل_م = ^{١٥}ل_م$

م + ن = ١٥ ①

$^{ن-٣}ق_٣ = ٣٥ \Leftarrow \frac{^{ن-٣}ل_٣}{\lfloor ٣} = ٣٥$

$^{ن-٣}ل_٣ = ٣٥ \lfloor ٣ \Leftarrow ^{ن-٣}ل_٣ = ٣٥ \times ٦$

(ن - ٣)(ن-٤)(ن-٥) = ٧ × ٦ × ٥

ن - ٣ = ٧ $\boxed{ن = ١٠}$

لكن م + ن = ١٥

رقم ١ :- (ب) صنع المقدار $\frac{1}{2}$ ط ر^2 ت علي الصورة المثلثية ثم أوجد جذريه التربيعيين في الصورة الأسيه .

الحـــــــــــل

$\frac{1}{2}$ ط ر^2 ت = $\frac{1}{2}$ ط ر^2 (جتا $\frac{\pi}{3}$ + ت جا $\frac{\pi}{3}$) يقع في الربع الرابع

ل = ٢ ، جتا θ = $\frac{1}{2}$ ، جا θ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

θ = ٣٠٠° = $\frac{5\pi}{3}$

$\frac{1}{2}$ ط ر^2 ت = $\frac{1}{2}$ ط ر^2 (جتا $\frac{5\pi}{3}$ + ت جا $\frac{5\pi}{3}$)

جذرا المقدار = ± $\sqrt{\frac{1}{2}\pi r^2}$ (جتا $\frac{5\pi}{6}$ + ت جا $\frac{5\pi}{6}$)

عندما ن = ٠ الجذر الأول = $\sqrt{\frac{1}{2}\pi r^2}$ (جتا $\frac{5\pi}{6}$ + ت جا $\frac{5\pi}{6}$)

عندما ن = ١ الجذر الثاني = $\sqrt{\frac{1}{2}\pi r^2}$ (جتا $\frac{11\pi}{6}$ + ت جا $\frac{11\pi}{6}$)

رقم ٢ :- (أ) حل المعادلات الآتية باستخدام كرامر

٢س + ص + ع = -٢

س + ص - ع = ٠

٣س + ٢ص + ٥ع = ٣

الحـــــــــــل

تم حل مثلها في النموذج الأول وكررت كثيراً في مسائل دليل تقويم الطالب

رقم ٢ :- (ب) إذا كانت الحدود ح$_1$ ، ح$_2$ ، ح$_3$ في مفكوك (س + أ)^{ن} هي ١٦ ، ١١٢ ، ٤٤٨ فما قيمة س ، أ ، ن

الحـــــــــــل

$\frac{ح_2}{ح_1} = \frac{112}{16} = 7 = \frac{أ}{س} \times \frac{ن - 2 + 1}{2}$

(١) ..... (ن - ١) أ = ١٤ س

بالمثل $\frac{ح_3}{ح_2} = \frac{448}{112} = 4 = \frac{أ}{س} \times \frac{ن - 3 + 1}{3}$

(ن-٢) أ^2 = ١٢ س ..... (٢)

بقسمة ١ على ٢ نجد أن

$\frac{(ن-1)أ}{(ن-2)أ^2} = \frac{14 س}{12 س}$ ⇐ $\frac{ن-1}{ن-2} = \frac{7}{6}$

٧ ن - ١٤ = ٦ ن - ١٢ ⇐ ن = ٨

بالتعويض في ١ نجد أن

٧ أ = ١٤ س ⇐ أ = ٢ س

لكن ح$_5$ = ١٦ ⇐ ^{8}ق$_1$ أ^8 = ١٦

٨ أ^8 = ١٦ ⇐ ١٦ س^8 = ١٦

س^8 = ١ ⇐ س = ± ١ ⇐ أ = ± ٢

رقم ٣ :- (أ)- أوجد قيمة

$(\frac{\omega}{\omega^2+1})^2 + (\frac{\omega^2}{\omega^2+1})^2$

الحـــــــــــل

المقدار = $\frac{\omega^2}{\omega^4+\omega^2+1} + \frac{4\omega}{4\omega^3+4\omega+1}$

$= \frac{\omega^2}{(\omega^2+1)^2-\omega^2} + \frac{\omega}{(\omega^2+1)-\omega^2}$

$= \frac{\omega^2}{\omega^2+\omega+1} + \frac{\omega}{\omega^2-\omega+1}$

$= \frac{\omega^2 + \omega^2 - \omega}{\omega^3 + 1} = \frac{2\omega^2 - \omega}{\omega^3 + 1}$

$= \frac{\omega(2\omega - 1)}{(\omega+1)(\omega^2-\omega+1)} = \frac{2\omega - 1}{\omega^2 - \omega + 1}$

$= \frac{2\omega - 1}{-3\omega} = \frac{1 - 2\omega}{3\omega} = \frac{1}{3}$

رقم ٤ :- (أ) باستخدام خصائص المحددات اوجد قيمة

س$_1$	ص$_1$	أ س$_1$ + ل ص$_1$	
س$_2$	ص$_2$	أ س$_2$ + ل ص$_2$	
س$_3$	ص$_3$	أ س$_3$ + ل ص$_3$	

الحـــــــــــل

أ ع + ع ، - ل ع + ع نجد أن

س$_1$	ص$_1$	١
س$_2$	ص$_2$	١
س$_3$	ص$_3$	١

= ٠ لأن ع = ٠

يأ: الهندسه الفراغيه رقم ١ :- (ب)

ص ع ل شكل رباعي أضلاعه ليست في مستوي واحد

سم مستوي يوازي س ع ، يوازي ص ل ويقطع س ص

ص ع ، ع ل ، ل س في هـ ، و ، ن ، م علي الترتيب

ثبت أن $\frac{هـو}{س ع} + \frac{هـم}{ص ل} = 1$

الحـــــــــــل

المستوي هـ و ن م ∥ ع س وقد مر بالمستقيم س ع المستوي ص ع س الذي قطع المستوي هـ و ن م في هـ و

هـ و ∥ ع س

△ ص هـ و ~ △ ص س ع

$\frac{ص هـ}{ص س} = \frac{هـو}{س ع} = \frac{ص و}{ص ع}$ ①

بالمثل هـ م ∥ ص ل

△ س هـ م ~ △ س ص ل

$\frac{س هـ}{س ص} = \frac{هـم}{ص ل} = \frac{س م}{س ل}$ ②

من ① ، ② نجد أن

$\frac{هـو}{س ع} + \frac{هـم}{ص ل} = \frac{ص هـ}{س ص} + \frac{س هـ}{س ص} = \frac{ص هـ + س هـ}{س ص} = \frac{س ص}{س ص}$

$\frac{هـو}{س ع} + \frac{هـم}{ص ل} = 1$

رقم ٢ :- أ ب جـ د مربع طول ضلعه ٣ سم تقاطع قطراه في ن رسم ن م ⊥ المستوي أ ب جـ د وكان م ن = ٦ سم

اوجد قياس الزاوية الزوجية (م - أ ب - جـ)

وإذا مر مستو بالضلع أ ب وقطع م د في هـ ، قطع م جـ في س إثبت أن أ ب س هـ شبه منحرف

الحـــــــــــل

نسقط العمود م ك ⊥ أ ب

المائل م ك ⊥ أ ب

المسقط ن ك ⊥ أ ب

د م ك ن هي مقياس الزاويه المستويه للزاويه الزوجيه بين المستويين م أ ب ، جـ أ ب ولكن

ن ك = $\frac{3}{2}$ سم ظا ك = $\frac{6}{\frac{3}{2}}$ = $\frac{6}{1.5}$ = ٤

ق (ك) = ٧٥° ٥٧

أ ب ∥ جـ د الواقع في المستوي م د جـ

أ ب ∥ المستوي م د جـ وقد مر بالمستقيم أ ب المستوي أ ب س هـ الذي قطعه في س ، هـ

هـ س ∥ أ ب ①

لكن هـ س ≠ د جـ هـ س ≠ أ ب ②

من ① ، ② نجد ان هـ س ∥ أ ب ولا يساويه الشكل أ ب س هـ شبه منحرف

رقم ٣ :- و أ ب جـ هرم ثلاثي فيه وجـ ⊥ كل من وأ ، وب وقياس الزاويه الزوجيه التي حرفها وجـ = ٥١٢٠ فاذا كان و أ = و ب = ١٢ سم

و جـ = ٦ سم ١- أوجد أطوال أضلاع ∆ أ ب جـ

٢- إحسب قياس الزاويه الزوجيه التي حرفها أ ب

الحـــــــــــل

جـ و ⊥ و أ

(أ جـ)^2 = ٣٦ + ١٤٤ = ١٨٠

أ جـ = ٥٧٦

بالمثل جـ و ⊥ و ب

(ب جـ)^2 = ١٨٠

ب جـ = ٥٧٦ نسقط العمود و هـ ⊥ أ ب

ثم نصل جـ هـ و هـ ⊥ أ ب ∴ ∆ و أ ب المتساوي الساقين أ هـ = هـ ب

$\therefore$ ه ب = ١٢ جتا ٣٠ = $٦\sqrt{٣}$

$\overline{أب} = ١٢\sqrt{٣}$ ويكون و هـ = ١٢ جا ٣٠ = ٦

المسقط وهـ لـ آب المائل حـ هـ لـ أب

الزاويه الزوجيه التي حرفها $\overline{أب}$ هي د (حـ هـ و)

ق (هـ) = $\frac{٦}{٦}$ = ١ ق (هـ) = ٤٥°

النموذج الثالث

رقم ١:- (أ)- إثبت أن ن ق ن + ١ ق + ق = ق

ر ر-١ ر

الحـــــل

الايمن = $\frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر ق ن − ر}} + \frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر + ١}}$

= $\frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر}} + \frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر + ١}}$

باخذ عامل مشترك من البسط والمقام

= $\frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر}} \times \left[\frac{١}{\text{ر}} + \frac{١}{\text{ن − ر + ١}}\right]$

= $\frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر}} \times \frac{\text{ن − ر + ١ + ر}}{\text{ر (ن − ر + ١)}}$

= $\frac{\text{ن ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر}} \times \frac{\text{ن + ١}}{\text{ر (ن − ر + ١)}}$

= $\frac{\text{(ن + ١) ق ن}}{\text{ر − ١ ق ن − ر + ١}}$

= $\frac{\text{ن + ١ ق ن}}{\text{ر ق ن − ر + ١}}$ = الايسر

رقم ١:- (ب)- ضع المقدار $\frac{٣ (٥ - ٣ \sqrt{٣} ت)}{٣٧ت + ١}$ على

الصورة المثلثيه ثم أوجد حزيه الزاويتين في

الصورة الأسيه (الحـــل) بالضرب × المرافق

ع = $\frac{(٥ - ٣\sqrt{٣} ت) (١ - ٣\sqrt{٣} ت)}{(١ + ٣٧ت) (١ - ٣٧ت)}$

ع = $\frac{٢ (٥ - ٣٧١٠ ت - ٣\sqrt{٣} ت + ١٨ ت ٢)}{١ - ١٢ ت ٢}$

ع = $\frac{٢ (٥ - ٣\sqrt{٣} ت - ١٨)}{١٣}$

ع = $\frac{٢ (-١٣ - ١٣\sqrt{٣} ت)}{١٣}$ = ٢ (-١ - $\sqrt{٣}$ ت)

ع = -٢ - $٢\sqrt{٣}$ ت = (-٢ ، -$٢\sqrt{٣}$)

ل = ٤ + ١٢ = ١٦ = ٤

جتا $\theta = \frac{-١}{٢}$ ، حا $\theta = \frac{-\sqrt{٣}}{٢}$

$\theta = ١٨٠ + ٦٠ = \frac{٤ط}{٣}$

ع = ٤ (جتا $\frac{٤ط}{٣}$ + ت جا $\frac{٤ط}{٣}$) = $ع_{هـ}$

$ع_{\frac{١}{٢}}$ = ٢ [هـ $\frac{(٤ط + ٦ط ن) ت}{٦}$]

$ع_{\frac{١}{٢}}$ = ٢ [هـ $\frac{(٤ط + ٦ط ن) ت}{٦}$]

$ع_{\frac{١}{٢}}$ = ٢ (هـ $\frac{(٤ط + ٦ط ن) ت}{٦}$)

عندما ن = ٠

الجذر الأول = ٢ هـ $\frac{٤ط ت}{٦}$

ع = ٢ هـ $\frac{٤ط ت}{٣}$ هو الجذر الأول

عند ر = ١ الجذر الثاني = ٢ هـ $\frac{٤ط ت}{٣}$

ثم ٢:- (أ) إثبت أن

$\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ أ & ب & جـ \\ أ^٣ & ب^٣ & جـ^٣ \end{vmatrix}$ = (أ ب + ب جـ + جـ أ) (ب - أ) (جـ - أ) (جـ - ب)

الحـــــل

- ع + ع + ع = ٠

$\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ أ & ب-أ & جـ-أ \\ أ^٣ & ب^٣-أ^٣ & جـ^٣-أ^٣ \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ أ & ب-أ & جـ-أ \\ أ^٢ & ب^٢+أب+أ^٢ & جـ^٢+أجـ+أ^٢ \end{vmatrix}$

(ب - أ)(جـ - أ)

خذ عامل مشترك من ع ، ع ٢ ، ع ٣ نجد أن

$\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ أ & ب-أ & جـ-أ \\ أ^٢ & أ^٢+أب+ب^٢ & أ^٢+أجـ+جـ^٢ \end{vmatrix}$ (ب - أ)(جـ - أ)

- ع + ع + ع = ٠

$\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ أ & ب-أ & جـ-أ \\ أ^٢ & أ^٢+أب+ب^٢ & (جـ-ب)(أ+ب+جـ) \end{vmatrix}$ (أ - ب)(جـ - أ)(جـ - ب)

باخذ عامل مشترك ص ع ٣

$\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ أ & ب-أ & جـ-أ \\ أ^٣ & أ^٢+أب+ب^٢ & (جـ-ب)(أ+ب+جـ) \end{vmatrix}$ (ب - أ)(جـ - أ)(جـ - ب)

= (ب - أ)(جـ - أ)(جـ - ب) [(أ + ب + جـ) - ($أ^٢$ + أب + $ب^٢$)]

= (ب - أ)(جـ - أ)(جـ - ب) ($أ^٢$ + أب + أجـ + أب + $ب^٢$ + ب جـ - $أ^٢$ - أ ب - $ب^٢$)

= (ن - ٢)(هـ - ٢)(هـ - ن)(٢ ن + ن هـ + ٢ هـ)

رقم ٢:- (ب) إذا كانت نسبة معامل الحد السادس إلي معامل الحد الرابع في مفكوك ($\frac{٣}{٢}$ + $\frac{٣ س^٢}{٣}$) ن حسب قوي س التصاعديه = $\frac{٨}{٢٧}$

الحـــــل

$\frac{\text{ن ق ٥}}{\text{ن ق ٣}} = \frac{٨}{٢٧}$

$\frac{\text{ن − ٥ + ١}}{٥} \times \frac{٤}{٩} \times \frac{\text{ن − ٤ + ١}}{٤} \times \frac{٩}{٨} = \frac{٨}{٢٧}$

(ن - ٤) (ن - ٣) = ٣ ⟸ $ن^٢$ - ٧ ن + ١٢ = ٣٠

(ن - ٩)(ن + ٢) = ٠ $ن^٢$ - ٧ ن - ١٨ = ٠

ن = ٩ ، ن = - ٢ ×

رقم ٣ (أ) إذا كانت س هي أحد الجذرين التكعيبين المركبين للواحد الصحيح اوجد قيمة

($\frac{-١ + ٣ت}{٢}$)^{٢} ($\frac{-١ - ٣ت}{٢}$)^{٢} - ٨ س

الحل

المقدار ($\frac{-١ + ٣ت}{٢}$)^{٢} ($\frac{-١ - ٣ت}{٢}$)^{٢} - ٢ س + ١

$\frac{٤ س^٤ + ٢ س + ١}{٤ س^٢}$ - $\frac{٤ س^٤ - ٢ س + ١}{٢ س}$

$\frac{٤ س^٤ + ٢ س + ١}{س}$ - $\frac{٤ س^٤ - ٢ س + ١}{٢ س}$

$\frac{٤ س^٤ + ٢ س + ١ - ٤ س^٤ + ٢ س - ١}{٢ س}$

$\frac{٢ س + ٢ س}{٢ س}$ = صفر

الهندسه الفراغيه

رقم ١:- م ، جـ مستويان متوازيان قطعهما المستقيم أ د في النقطتين ب ، جـ بحيث كان أب : ب جـ : جـ د = ١ : ٢ : ٣ رسم من أ مستقيم قطع المستويين س ، ص في هـ ، و علي الترتيب ورسم من د مستقيم آخر قطعهما في ن ، م علي الترتيب إثبت أن جـ و × ب ن = ٥ ب هـ × جـ م

الحـــــــل

المستوي م // المستوي جـ

وقطعهما المستوي أ جـ و في

ب هـ ، جـ و

ب هـ // جـ و

بالمثل المستوي د ن ب قطع

م ، جـ في جـ م ، ب ن

جـ م // ب ن

ب هـ // جـ و

△ أ ب هـ ~ △ أ جـ و

$\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{جـ و}}$

$\frac{\text{ب هـ}}{\text{جـ و}} = \frac{١}{٣}$ ①

بالمثل جـ م // ب ن △ د جـ م ~ △ د ب ن

$\frac{\text{د جـ}}{\text{د ب}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{ب ن}} \Leftarrow \frac{٣}{٥} = \frac{\text{جـ م}}{\text{ب ن}}$ ②

بضرب ① × ② نجد أن

$\frac{\text{ب هـ}}{\text{جـ و}} \times \frac{\text{جـ م}}{\text{ب ن}} = \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٥} = \frac{١}{٥}$

جـ و × ب ن = ٥ ب هـ × جـ م #

رقم ٢:- س ص ع مثلث قائم الزاوية في س ، س ص = ١٥سم ، س ع = ٢٠سم ، رسم س م ⊥ المستوي س ص ع وكان س م = ٥سم ثم رسم س هـ ⊥ ص ع

اثبت أن م هـ ⊥ ص ع وأوجد طول م هـ

الحـــــــل

المسقط س هـ ⊥ ص ع

المائل م هـ ⊥ ص ع

$\text{هـ س} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢\text{سم}$

ص ع = $\sqrt{(١٥)^٢ + (٢٠)^٢} = \sqrt{٦٢٥}$ ∴ ص ع = ٢٥

المائل والعمود المسقط هو مثلث قائم الزاويه وتره المائل

م (عمود) ، المائل ، س ، ع ، هـ ، ص ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥

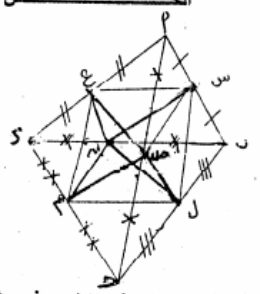
$\sqrt{٦٢٥} = \sqrt{٢٥ \times ٢٥} = ٢٥\sqrt{١}$

رقم ٣:- أ ب جـ د هرم ثلاثي س ، ص ، ع ، ل ، م ، ن منتصفات الأحرف أ ب ، أ جـ ، أ د ، ب جـ ، جـ د ، ب د علي الترتيب

١:- إثبت أن الأشكال الرباعيه س ع م ل ، س ص م ن ، ص ع ن ل متوازيات أضلاع

٢:- س م ، ص ن ، ل ع تتقاطع في نقطة منتصف كل منها .

الحـــــــل



س ص واصل بين منتصفي ضلعين في مثلث فهو يوازي الضلع الثالث ويساوي نصفه

س ع // ب د ويساوي نصفه

بالمثل ل م // ب د ويساوي نصفه

س ع // ل م ويساويه الشكل س ع م ل متوازي أضلاع بالمثل س ص // ب جـ ويساوي نصفه

ن م // ب جـ ويساوي نصفه

الشكل س ص م ن متوازي أضلاع

وبنفس الطريقة يمكن إثبات أن الشكل ص ع ن ل متوازي أضلاع وهو المطلوب أولاً

الشكل س ص م ن متوازي أضلاع يشترك مع متوازي الأضلاع س ل م ع في القطر س م وكذلك متوازي الأضلاع س ص م ن يشترك مع متوازي الأضلاع ص ل ع ن في القطر ص ن

وكذلك متوازي الأضلاع س ص م ن يشترك مع متوازي الأضلاع ص ل ع ن في القطر ص ن

∴ القطران ينصف كلاً منهما النقطة التي تقاطعهما أي نقطة

س م ∩ ص ن ∩ ل ع لابد أن تتقاطع في نقطه حيث أن كل قطر من القطران ينصف الآخر

س م ، ص ن ، ل ع تتقاطع في نقطه واحده تنصف كلا منهما

النموذج الرابع

أوجد قيمه س التي تجعل الحد الثالث في مفكوك $(\frac{١}{٢}س^٢ + ٢)^٧$ حسب نظريا للحد الستادس

الحـــــــل

$ق_٦ = (\frac{١}{٢})^٥ (٢س^٢)^٢ = ٤ \times ٤س^٨ = ١٦س^٨$

$ق_٥ = (\frac{١}{٢})^٦ (٢س^٢)^١ = ٢ \times ٢س^٤ = ٤س^٤$

$٤س^٤ = ١٦س^٨ \Leftarrow ٤س^٤ - ١٦س^٨ = ٠$

$٤س^٤(١ - ٤س^٤) = ٠$ × $س^٤ = ٠$

$١ - ٤س^٤ = ٠ \Leftarrow ٤س^٤ = ١$

$س^٤ = \frac{١}{٤}$

$س = \pm \frac{١}{٢}$

رقم (ب) إذا كانت س = ٢ (جتاθ + ت جا θ)

ص = ٣ (جاθ + ت جتاθ)

أوجد المقياس والسعه كل من س ص ،

الحـــــــل

ع = ٢(جتاθ - ت جاθ) تقع في الربع الرابع

ن = ٢[جتا(٣٦٠-θ)+ ت جا(٣٦٠-θ)]

س = ٣ (جاθ + ت جتاθ) تأتي بالزاويه المتممه

ن = ٣ [جتا(٩٠ - θ)+ ت جا (٩٠- θ)]

ص = ٢[جتا (٣٦٠-θ)+ت جا(٣٦٠-θ)]

× ٣[جتا(٩٠-θ)+ ت جا(٩٠-θ)]

ص = ٦ [جتا(٤٥٠-θ)+ ت جا (٤٥٠-θ)]

= ٦ [جتا(٩٠-θ)+ ت جا (٩٠-θ)]

مقياس = ٦ والسعة ٩٠ - θ

ن = ٢[جتا(٣٦٠-θ)+ ت جا(٣٦٠-θ)]

$\frac{\text{ص}}{\text{ن}} = \frac{٣}{٢}$ [جتا(٩٠ - θ)+ ت جا (٩٠ -θ)]

$\frac{\text{ص}}{\text{ن}} = \frac{٣}{٢}$ [جتا٢٧٠ + ت جا٢٧٠]

مقياس $\frac{٣}{٢}$ والسعة ٢٧٠

رقم ٢: (أ) حل المعادلة س٢ – ت س + ١ = ٠

حيث س عدد مركب

الحـــــــل

$س = \frac{ت \pm \sqrt{ت^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ أ = ١

ب = - ت

جـ = ١

$س = \frac{ت \pm \sqrt{(-ت)^٢ - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١}$

$س = \frac{ت \pm \sqrt{ت^٢ - ٤}}{٢}$

$س = \frac{ت \pm \sqrt{-(٤ - ت^٢)}}{٢}$

$س = \frac{ت \pm ت\sqrt{-١}(٤ - ت^٢)}{٢}$

$س = \frac{ت \pm ت\sqrt{٥}}{٢}$

$س = \frac{ت \pm ت^٢\sqrt{٥}}{٢}$

$س = \frac{ت}{٢} [١ \pm \sqrt{٥}]$

رقم ٣(أ) باستخدام خصائص المحددات أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} (أ_١ + ب_١)^٢ & أ_١^٢ + ب_١^٢ & ١ \\ (أ_٢ + ب_٢)^٢ & أ_٢^٢ + ب_٢^٢ & ١ \\ (أ_٣ + ب_٣)^٢ & أ_٣^٢ + ب_٣^٢ & ١ \end{vmatrix}$$

الحـــــــل

$$\begin{vmatrix} أ_١^٢ + ٢أ_١ ب_١ + ب_١^٢ & أ_١^٢ + ب_١^٢ & أ_١ ب_١ \\ أ_٢^٢ + ٢أ_٢ ب_٢ + ب_٢^٢ & أ_٢^٢ + ب_٢^٢ & أ_٢ ب_٢ \\ أ_٣^٢ + ٢أ_٣ ب_٣ + ب_٣^٢ & أ_٣^٢ + ب_٣^٢ & أ_٣ ب_٣ \end{vmatrix}$$

- ع + ع نجد أن
١ ٢

$$\begin{vmatrix} ٢أ_{١}ب_{١} & أ_{١}^{٢}+ب_{١}^{٢} & أ_{١}ب_{١} \\ ٢أ_{٢}ب_{٢} & أ_{٢}^{٢}+ب_{٢}^{٢} & أ_{٢}ب_{٢} \\ ٢أ_{٣}ب_{٣} & أ_{٣}^{٢}+ب_{٣}^{٢} & أ_{٣}ب_{٣} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} أ_{١}ب_{١} & أ_{١}^{٢}+ب_{١}^{٢} & أ_{١}ب_{١} \\ أ_{٢}ب_{٢} & أ_{٢}^{٢}+ب_{٢}^{٢} & أ_{٢}ب_{٢} \\ أ_{٣}ب_{٣} & أ_{٣}^{٢}+ب_{٣}^{٢} & أ_{٣}ب_{٣} \end{vmatrix} ٢ = ٠$$

لأن $\frac{ع_{١}}{ع_{٣}} = \frac{ع}{٣}$

رقم ٣:- (ب) في مفكوك $(س^{٢} + \frac{١}{س^{٣}})^{١٥}$ اثبت أن

الحد الخالي من س = معامل الحد الذي يحتوي على $س^{٣٠}$

الحـــــل

تم جلها في دليل تقويم الطالب في هذا الكتاب في فصل نظرية ذات الحدين تحت رقم ٤٢ ص ٥٢

رقم ٣ (جـ) ضع على الصورة الأسية

$(جتا\frac{ط}{٦} - ت\,جا\frac{ط}{٦})(جتا\frac{ط}{٤} + ت\,جا\frac{ط}{٤})$

الحـــــل

$[جتا(٢ط - \frac{ط}{٦}) + ت\,جا(٢ط - \frac{ط}{٦})](جتا\frac{ط}{٤} + ت\,جا\frac{ط}{٤})$

$(جتا\frac{١١ط}{٦} + ت\,جا\frac{١١ط}{٦})(جتا\frac{ط}{٤} + ت\,جا\frac{ط}{٤})$

$جتا(\frac{١١ط}{٦} + \frac{ط}{٤}) + ت\,جا(\frac{١١ط}{٦} + \frac{ط}{٤})$

$جتا(\frac{٢٢ط+٣ط}{١٢}) + ت\,جا(\frac{٢٢ط+٣ط}{١٢})$

$جتا\frac{٢٥ط}{١٢} + ت\,جا\frac{٢٥ط}{١٢} = ص_{\frac{ط}{١٢}}$ ت

الهندسه الفراغيه رقم ١:-

م س ص ع هرم ثلاثي م س ⊥ المستوي س ص

س ص = س ع = ١٠سم ، ص ع = ١٢سم

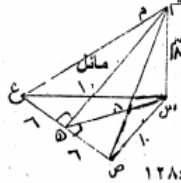
م س = ٨ سم ، ص منتصف ع

أ:- إحسب طول س هـ واثبت أن م هـ ⊥ ص ع

ب:- إحسب طول م هـ وأوجد زاويه مستويه للزاويه الزوجيه د (م – ص ع – س) وإذا فرضنا أن قياسها ى فاحسب جتاى

الحـــــل

س هـ متوسط في $\triangle$ س ص ع المتساوي الساقين ∴ س هـ ⊥ ص ع



$(س هـ)^{٢} = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤$

∴ س هـ = ٨ سم

المسقط س هـ = مع

المائل م هـ ⊥ ص ع

$(م هـ)^{٢} = ٦٤ + ٦٤ = ١٢٨$

م هـ = ٨$\sqrt{٢}$ سم

د (م – ص ع – س) هي مقياس الزاويه المستويه لزاويه الزوجيه بين المستويين م ص ع ، س ص ع

ظا هـ = $\frac{٨}{٨}$ = ١ ∴ ق(هـ) = ٤٥°

جتا هـ = جتا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

رقم ٣:- س ، ص مستويان متوازيان م نقطة خارجهما م ب ، م د ، م و تقطع المستوي ص في ب ، د ، و وتقطع المستوي س في أ ، جـ ، هـ

فاذا كان $\frac{م ب}{م أ} = \frac{٥}{٨}$ وكان أ جـ = ٤ سم

جـ هـ = ٣سم ، أ هـ = ٥سم فاوجد أطوال أضلاع المثلث ب د و

الحـــــل

الحـــــل

المستوي س // المستوي ص وقطعهما المستوي م ب د في أ جـ ، ب د

أ جـ // ب د

بالمثل جـ هـ // د و

وكذلك أ د // ب و

الزاويه المحصورة بين مستقيمين متقاطعين تساوي الزاويه المحصورة بين مستقيمين متقاطعين آخرين بحيث كان المستقيمين الأولين // المستقيمين الآخرين

الزوايا المتناظرة في كل من المثلثين متساويه

$\triangle$ أ جـ هـ ، $\triangle$ ب د و متساويان في الزوايا

$\triangle$ أ جـ هـ ~ $\triangle$ ب د و

$$\frac{أ جـ}{ب د} = \frac{جـ هـ}{د و} = \frac{أ هـ}{ب و} = \frac{م أ}{م ب}$$

$$\frac{أ جـ}{ب د} = \frac{جـ هـ}{د و} = \frac{أ هـ}{ب و} = \frac{٢}{٥}$$

$$\frac{٤}{ب د} = \frac{٣}{د و} = \frac{٥}{ب و} = \frac{٢}{٥}$$

$\frac{٤}{ب د} = \frac{٢}{٥}$ ∴ ب د = ١٠ سم

$\frac{٣}{د و} = \frac{٢}{٥}$ ∴ د و = ٧,٥ سم

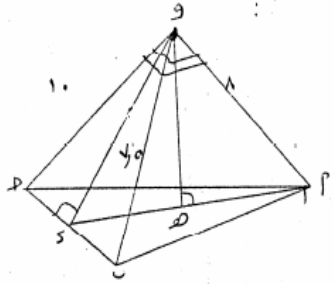
$\frac{٥}{ب و} = \frac{٢}{٥}$ ∴ ب و = ١٢,٥ سم

رقم ٣:- و أ ، و ب ، و جـ متعامده مثني مثني ، و أ = ٨ سم ، و ب = ٧,٥ سم ، و جـ = ١٠ سم ، هـ مسقط و على المستوي أ ب جـ

١- إثبت أن ب جـ ⊥ المستوي و أ هـ ، هـ ملتقي إرتفاعات المثلث أ ب جـ

٢- إذا كان و د إرتفاع مثلث و ب جـ فاحسب طول كل من و د ، و هـ

الحـــــل



أ و ⊥ و ب ، و جـ أو ⊥ المستوي و ب جـ

أ و ⊥ كل المستقيمات الواقعة في و ب جـ

أ و ⊥ ب جـ (١)

هـ ملتقي إرتفاعات مثلث أ ب جـ

و هـ ⊥ أ ب جـ و هـ ⊥ ب جـ

ب جـ ⊥ و أ ، و هـ ب جـ ⊥ المستوي أ و هـ

$(ب جـ)^{٢} = (٧,٥)^{٢} + (١٠)^{٢}$

ب جـ = ١٢,٥سم بتطبيق إقليدس في $\triangle$ ب و جـ

و د = $\frac{١٠ \times ٧,٥}{١٢,٥}$ = ٦ سم

في $\triangle$ أ و د $(أ د)^{٢} = (٨)^{٢} + (١٢,٥)^{٢}$

$(أ د)^{٢} = ٢٢٠,٢٥$ ∴ أ د = ١٤,٨٤٨

بتطبيق إقليدس في $\triangle$ أ و د يكون

و هـ = $\frac{١٤,٨٤٨ \times ٨}{١٤,٨٤٨}$ = ٦,٨ تقريباً

النموذج الخامس

رقم ١:- (أ) إذا كان

س = $\frac{-١ + ١٣\sqrt{-٣}\,ت}{٢}$ ، ص = $\frac{-١ - ١٣\sqrt{-٣}\,ت}{٢}$

فاثبت أن س٣ + ص٣ – ٣ س ص = – ١

الحـــــل

نلاحظ أن س ، ص هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

حيث $ω = \frac{-١ + ١٣\sqrt{-٣}\,ت}{٢}$

$ω^{٢} = \frac{-١ - ١٣\sqrt{-٣}\,ت}{٢}$

الأيمن = س٣ + ص٣ – ٣س ص

= (ω)^٣ + (ω^٢)^٢ - ٣ω^٣ ω^٢

= ω^٣ + ω^٦ - ٣ω^٣ = ١+١-٣= -١ =الأيسر

رقم ١:- (ب) في مفكوك $(س^{٣} + \frac{٥}{س})^{٨}$ أوجد الحد الخالي من س وقيمة الحد الأوسط ؟

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = ق_{ر} (\frac{٥}{س})^{ر} (س^{٣})^{٨-ر}$

$ح_{ر+١} = ق_{ر} (٥)^{ر} (س^{-١})^{ر} (س^{٣})^{٨-ر}$

$س^{٢٤-٤ر}$ ، $٢٤-٤ر = ٠$

$س \times س = س \Leftarrow$ $٢٤ = ٤ر \Leftarrow ر = ٦$

$ح_{٧} = ق_{٦}^{٨} (٥)^{٦} (س^{٣})^{٢}$

$ح_{٧} = ق_{٢}^{٨} \times ٥^{٦} = ٢٨ \times ٦٢٥ \times ٢٥ = ٤٣٧٥٠٠$

رتبة الحد الأوسط $= \frac{٨+٢}{٢} = ٥$ ، ح هو الحد الأوسط

$ح_{٥} = ق_{٤}^{٨} (\frac{٥}{س})^{٤} (س^{٢})^{٤}$

$= ٧٠ \times ٦٢٥ \; س^{٤} = ٤٣٧٥٠ \; س^{٤}$

رقم ٢:- (ب) إذا كانت س = جتا١٠ + ت جا ١٠

ص = جتا٢٥ + ت جا ٢٥ أوجد على الصورة أ + ب ت

العدد المركب س٧ ص٢

الحـــــل

$س^{٧} ص^{٢} = (جتا ١٠ + ت جا ١٠)^{٧} (جتا٢٥ + ت جا٢٥)$

$= (جتا٧٠ + ت جا ٧٠)(جتا٥٠ + ت جا٥٠)$

$= جتا١٢٠ + ت جا١٢٠$

$= -\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت

رقم ٣:- (أ) باستخدام خصائص المحددات أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} جا^{٢}س & ١ & جتا^{٢}س \\ جا^{٢}ص & ١ & جتا^{٢}ص \\ جا^{٢}ع & ١ & جتا^{٢}ع \end{vmatrix}$$

الحـــــل

جمع العمود الثالث للعمود الأول

$$\begin{vmatrix} جا^{٢}س + جتا^{٢}س & ١ & جتا س \\ جا^{٢}ص + جتا^{٢}ص & ١ & جتا ص \\ جا^{٢}ع + جتا^{٢}ع & ١ & جتا ع \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} ١ & ١ & جتا س \\ ١ & ١ & جتا ص \\ ١ & ١ & جتا ع \end{vmatrix} = ٠$$

لأن ع١ = ع٢

رقم ٣:- (ب) إذا كان الحد الرابع في مفكوك $(١ + س)^{ن}$ حسب قوي س التصاعديه $= \frac{٢٥}{٣}$ من المرات قدر الحد الثاني ، الحد السادس = الحد الخامس

أوجد قيم كل من ن ، س

الحـــــل

$ح_{٤} = \frac{٢٥}{٣} ح_{٣}$

$\frac{ح_{٤}}{ح_{٣}} = \frac{٢٥}{٣}$

$\frac{ن-٣+١}{٣} \times \frac{س}{٢} = \frac{٢٥}{٣} \times \frac{س}{١}$

$(ن - ٢)(ن - ١) س^{٢} = ٥٠$ رقم ①

لكن $ح_{٦} = ح_{٥+١}$

$\frac{ح_{٦}}{ح_{٥}} = ١ \Leftarrow \frac{ن-٥+١}{٥} \times \frac{س}{١} = ١$

$(ن - ٤) س = ٥ \Leftarrow س = \frac{٥}{ن-٤}$ رقم ②

بالتعويض من ② في ① نجد أن

$\frac{(ن-٢)(ن-١)}{(ن-٤)^{٢}} \times \frac{٢٥}{ن^{٢}} = ٥٠$

$\frac{ن^{٢}-٣ن+٢}{ن^{٢}-٨ن+١٦} = ٢ \quad ن^{٢}-١٦ن+٣٢ = ن^{٢}-٣ن+٢$

$ن^{٢}-١٣ن+٣٠ = ٠ \quad (ن-٣)(ن-١٠) = ٠$

ن = ٣ وهذا لاغي لأن $(١+س)^{٣}$ لايوجد بها $ح_{٥}$

$ن - ١٠ = ٠ \quad ن = ١٠$

لكن $س = \frac{٥}{ن-٤} = \frac{٥}{١٠-٤} = \frac{٥}{٦}$

رقم ٣:- (جـ) ضع العدد $ع = -\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣٧}}{٢}$ ت على الصورة الأسية

الحـــــل

$ع = (-\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣٧}}{٢})$ يقع في الربع الثالث

$ل = \sqrt{\frac{١}{٤} + \frac{٣٧}{٤}} = \sqrt{١} = ١$

جتا $\theta = -\frac{١}{٢}$ ، جا $\theta = -\frac{\sqrt{٣٧}}{٢}$

$\theta = ١٨٠ + ٦٠ = \frac{٢٤٠ ط}{١٨٠} = \frac{٤ ط}{٣}$

$ع = ١ \; هـ^{\frac{٤ ط}{٣} ت}$

الهندسه الفراغيه

رقم ١:- أ ب جـ د أ ب جـ د مكعب طول حرفه ل

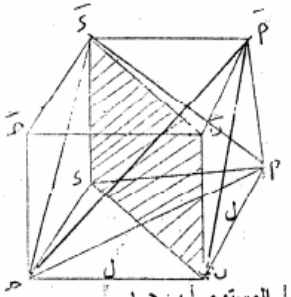
١- اثبت أن أ جـ ⊥ المستوي د ب ب د

٢- اثبت د أ جـ متساوي الأضلاع

واحسب مساحة سطحه بدلالة ل

٣- احسب مساحة سطح Δ أ ب جـ بدلاله ل

الحـــــل



د د ⊥ المستوي أ ب جـ د

د د ⊥ كل المستقيمات في أ ب جـ د

د د ⊥ أ جـ ①

لكن أ جـ ⊥ ب د قطري مربع متعامدان ②

من ١ ، ٢ نجد أن

أ جـ ⊥ كل من ب د ، د د

أ جـ ⊥ المستوي د ب ب د المطلوب أولاً

أوجه المكعب كلها مربعات طول ضلعه ل

طول أى قطر في أي وجه = ل $\sqrt{٢}$

أ جـ = أ د = د جـ = ل $\sqrt{٢}$

Δ د أ جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه = ل $\sqrt{٢}$

مساحة Δ د أ جـ $= \frac{١}{٢} ل \sqrt{٢} \; ل \sqrt{٢} \; جا ٦٠$

$= \frac{١}{٢} ل^{٢} \times ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} ل^{٢}$ المطلوب ثانياً

الأحرف الجانبيه كلها عموديه علي القاعده

جـ ب ⊥ أ ب ب أ ، جـ ب ⊥ ب أ

أ ب جـ قائم الزاويه في ب

أ ب قطر في المربع = ل $\sqrt{٢}$

مساحه Δ أ ب جـ $= \frac{١}{٢} ل \times ل \sqrt{٢}$

$= \frac{\sqrt{٢}}{٢} ل^{٢}$