حل نموذج الديناميكا ٢٠١٣

أولا: الإستاتيكا

السؤال الأول:

(أ) نفرض أن مقدار كل من القوتين : ق ، ٢ ق وأن مقدار محصلتهما : ع

∵ ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جاي}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتاي}}$

∴ ظا هـ$_1$ = $\frac{2\text{ق جاي}}{\text{ق} + 2\text{ق جتاي}}$

∴ مقدار كل من القوتين يصبح : ق + ٤ ، ٤ ق وأن مقدار محصلتهما : ع´

∵ ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جاي}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتاي}}$

∴ ظا هـ$_2$ = $\frac{4\text{ق جاي}}{(\text{ق}+4) + 4\text{ق جتاي}}$

∵ المحصلة تظل في نفس الإتجاه

∴ ظا هـ$_1$ = ظا هـ$_2$

∴ $\frac{2\text{ق جاي}}{\text{ق} + 2\text{ق جتاي}} = \frac{4\text{ق جاي}}{(\text{ق}+4) + 4\text{ق جتاي}}$

∴ $\frac{1}{\text{ق} + 2\text{ق جتاي}} = \frac{2}{(\text{ق}+4) + 4\text{ق جتاي}}$

∴ ق + ٤ + ٤ ق/جتاي = ٢ ق + ٤ ق/جتاي

∴ ق + ٤ = ٢ ق ∴ ق = ٤

∴ مقدار كل من القوتين : ٤ ، ٨ ث.جم

∴ ع@ = ق$_1$@ + ق$_2$@ + ٢ ق$_1$ ق$_2$ جتاي

∴ ع@ = ١٦ + ٦٤ + ٢ × ٤ × ٨ جتاي

∴ ع@ = ٨٠ + ٦٤ جتاي (١)

∴ مقدار كل من القوتين يصبح: ٨ ، ١٦ ث.جم

∴ ع´@ = ق$_1$@ + ق$_2$@ + ٢ ق$_1$ ق$_2$ جتاي

∴ ع´@ = ٦٤ + ٢٥٦ + ٢ × ٨ × ١٦ جتاي

∴ ع´@ = ٣٢٠ + ٢٥٦ جتاي

∴ ع´@ = ٤ (٨٠ + ٦٤ جتاي)

∴ ع´@ = ٤ ع@ ∴ ع´ = ٢ ع

أي أن المحصلة تضاعفت.

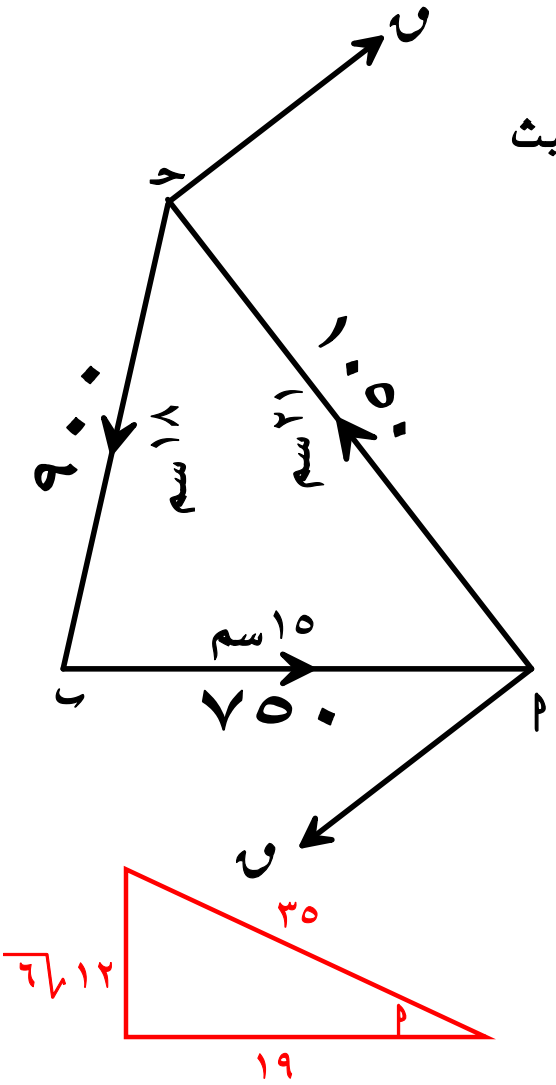
$(ب) \because \frac{٧٥٠}{١٥} = \frac{٩٠٠}{١٨} = \frac{١٠٥٠}{٢١} = ٥٠$

$\therefore$ مجموعة القوى ممثلة تمثيلا تاما بأضلاع المثلث ا ح ب

$\because$ القوى مأخودة في إتجاه دوري واحد

$\therefore$ مجموعة القوى تكافئ إزدواجا معيار عزمة ج حيث

ج = ٢ × مساحة المثلث ا ب ح × ٥٠



والآن نتوقف لحساب مساحة المثلث : ا ب ح

$جتا ا = \frac{ب^{2} + ح^{2} - ا^{2}}{٢ ب ح}$

$\therefore$ جتا ا $= \frac{٢١^{2} + ١٥^{2} - ١٨^{2}}{٢ \times ٢١ \times ١٥} = \frac{١٩}{٣٥}$

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} ب ح جا ا$

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times ١٥ \times ٢١ \times \frac{\sqrt{١٢}}{٣٥}$

مساحة المثلث $= ٥٤\sqrt{٦}$ سم^{2}

$\therefore$ ج = ٢ × مساحة المثلث ا ب ح × ٥٠

$\therefore$ ج = ٢ × ٥٤ $\sqrt{٦}$ × ٥٠ = ٥٤٠٠ $\sqrt{٦}$ ث جم. سم

نفرض أن : القوتين اللتان تؤثران في ا ، ح عموديتان على ا ح وتجعلان المجموعة في حالة إتزان هما : ء ، - ء

ج^{2} = - ء × ٢١ = - ٢١ ء

$\therefore$ المجموعة متزنه

$\therefore$ ج + ج^{2} = ٠

$\therefore$ ٥٤٠٠ $\sqrt{٦}$ - ٢١ ء = ٠

$\therefore$ ء $= \frac{١٨٠٠}{٧} \sqrt{٦}$ ث جم

يمكن حسب مساحة المثلث ا ب ح بطريقة سريعة من القانون:

م = $\sqrt{ع (ع - ا) (ع - ب) (ع - ح)}$

حيث: ع نصف محيط المثلث ا ب ح

م = $\sqrt{٢٧ \times ٩ \times ٦ \times ١٢} = ٥٤\sqrt{٦}$

دون اللجوء إلى الجزء المكتوب باللون الأحمر.

إلى السادة المدرسين : طالب الثانوي العام لم يدرس القانون عاليه إلا أنه يُدرس في التعليم الفني فهل هذا يُعقل ؟؟؟؟ طالب رياضيات متخصص ولا يعلم كيف يحسب مساحة المثلث بمعلوميه أطوال أضلاعه بطريقة مختصرة!!!!

السؤال الثاني:

(أ) ∵ $\overleftarrow{ق_1} = ٥\overleftarrow{س} - \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_2} = \overleftarrow{س} + ٩\overleftarrow{ص}$

∵ $\overleftarrow{ح} = \overleftarrow{ق_1} + \overleftarrow{ق_2} = ٦\overleftarrow{س} + ٨\overleftarrow{ص} = (٨،٦)$

∵ $\overleftarrow{ر} = \overleftarrow{أب} = \overleftarrow{ب} - \overleftarrow{أ}$

∴ $\overleftarrow{ر} = (٣،١) - (٠،٥) = (-٣،٤)$

∵ $\overleftarrow{ج} = \overleftarrow{ر} \times \overleftarrow{ح} = (-٣،٤) \times (٨،٦)$

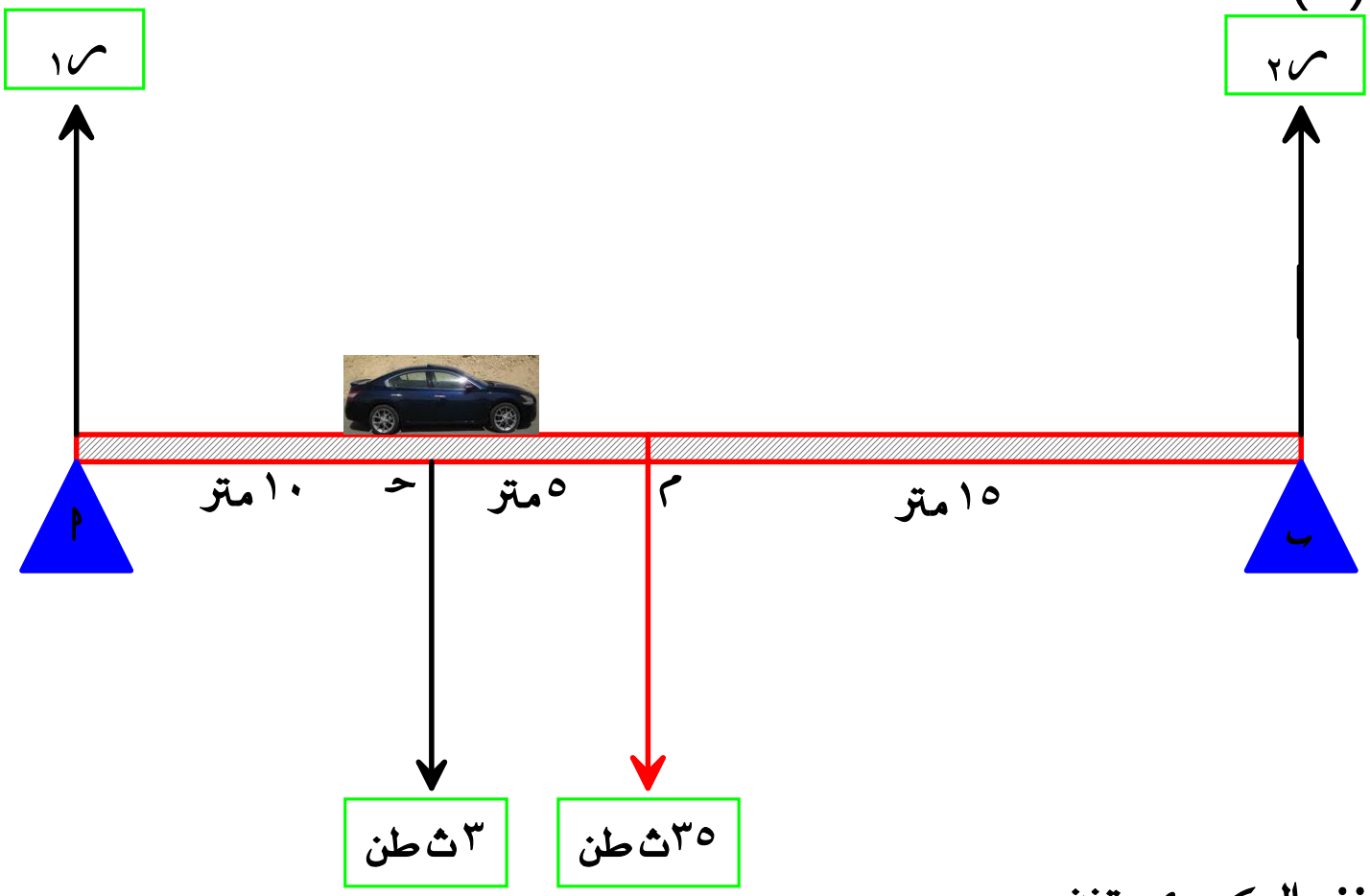
∵ $\overleftarrow{ج} = (-٣٢ - ١٨)$ $\overleftarrow{ع}$ $= -٥٠\overleftarrow{ع}$

∴ $\|\overleftarrow{ج}\| = ٥٠$ وحدة عزم

، $\|\overleftarrow{ح}\| = \sqrt{(-٤)^2 + (٣)^2} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة قوة

∵ ل $= \frac{\|\overleftarrow{ج}\|}{\|\overleftarrow{ح}\|} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$ وحدة طول.

(ب)



∵ الكوبري متزن

∴ $ق_1 + ق_2 = ٣ + ٣٥ = ٣٨$ [١]

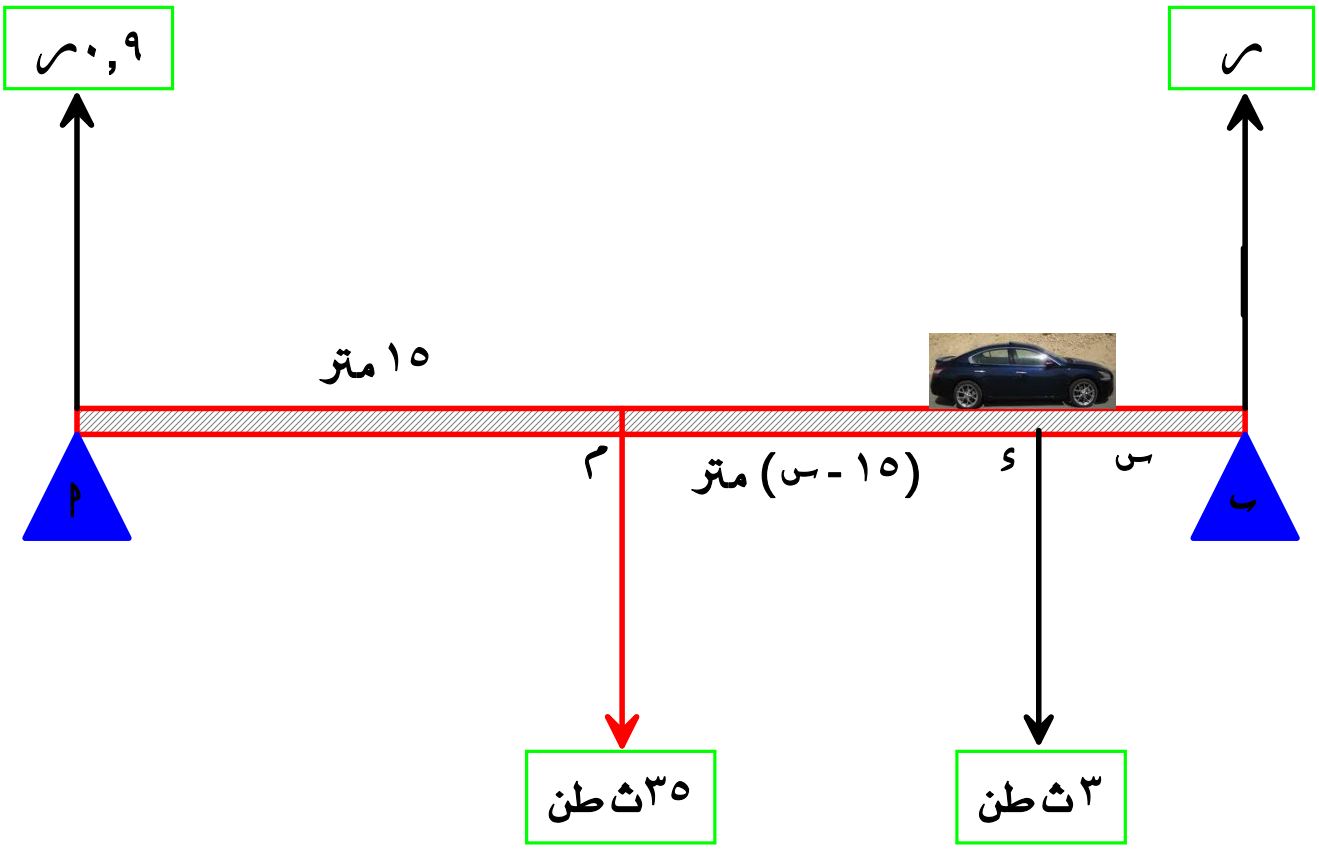
∵ الكوبري متزن

∴ مجـ = صفر

∴ ٣٥ × ١٥ + ٣ × ٢٠ - ر١ × ٣٠ = ٠

∴ ٣٠ ر١ = ٥٢٥ + ٦٠ = ٥٨٥ ∴ ر١ = ١٩,٥ ث طن

∴ ر٢ = ٣٨ - ١٩,٥ = ١٨,٥ ث طن



نفرض أن السيارة على بُعد (س) مترا من ب

∵ الكوبري متزن

∴ ر + ٠,٩ ر = ٣ + ٣٥ = ٣٨

∵ ١,٩ ر = ٣٨

∴ ر = ٢٠ ث طن

∵ الكوبري متزن

∴ مجـ = صفر

∴ ٣ × س + ٣٥ × ١٥ - ٠,٩ × ٢٠ × ٣٠ = ٠

∴ ٣س + ٥٢٥ - ٥٤٠ = ٠

∴ س = ٥ متر

أي أن : السيارة تكون على بُعد ٥ أمتار من ب أو ٢٥ مترا من أ .

السؤال الثالث:

(أ)

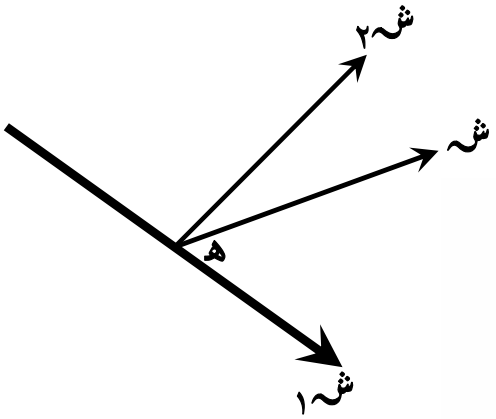
بفرض أن الشد يميل على القضيب بزاوية هـ وأن $ش_1$ ، $ش_2$ مـركبتي الـشد في اتجـاه القضيب والعمودي عليه على الترتيب

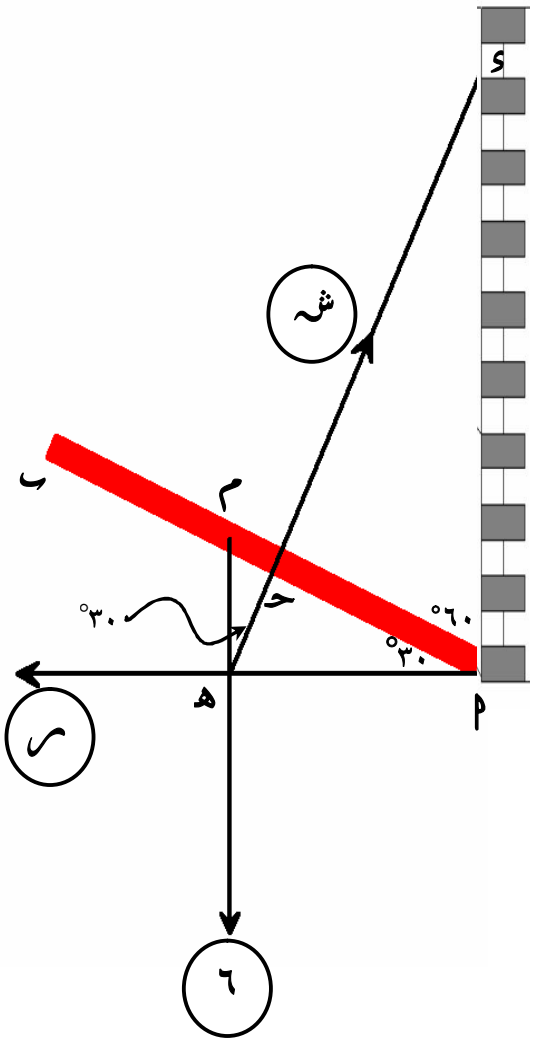
∵ الحلقة ملساء

∴ مركبة الـشد في اتجـاه القـضيب $ش_1$ تنعدم (معامل الإحتكاك = ٠)

ولا يتبقى منهما إلا المركبة العمودية على القضيب $ش_2$

∵ ق (∠ ء حـ م) = ٩٠° (المطلوب الأول)





من قاعدة لامي:

$$\frac{ش}{جا\ ٩٠°} = \frac{ر}{جا\ ١٥٠°} = \frac{٦}{جا\ ١٢٠°}$$

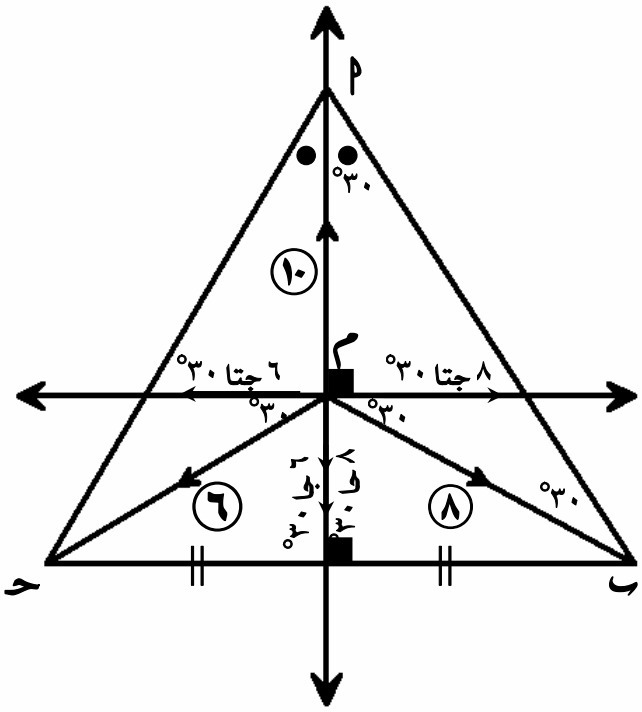
∴ $ش = \frac{٦}{جا\ ١٢٠°} = ٤\sqrt{٣}$ ث كجم

،، $ر = \frac{٦}{جا\ ١٢٠°} \times جا\ ١٥٠° = ٢\sqrt{٣}$ ث كجم

(ب)

تذكران :

متوسطات المثلث المتساوي الأضلاع هي ارتفاعات المثلث هي منصفات زواياه الداخلة.



∵ س = ٨ جتا ٣٠° - ٦ جتا ٣٠°

∴ س = ٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\sqrt{٣}$

∵ ص = ١٠ - ٨ جا ٣٠° - ٦ جا ٣٠°

∴ ص = ١٠ - ٢ × $\frac{١}{٢}$ = ٩

∵ ع@ = س@ + ص@ = ٣ + ٨١ = ٨٤

∴ ع = ٢ $\sqrt{٢١}$ ثقل كيلوجرام

∵ ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٩}{\sqrt{٣}}$ = ٣ $\sqrt{٣}$

∴ ق (∠ هـ) = ٢٤ ″ ٦ ′ ٧٩ °

يمكن الحل بالزوايا القطبية

ثانيا: الديناميكا

السؤال الرابع:

(أ) ∵ $\overleftarrow{ر}$ = (٢ + ٣ن - @ن) $\overleftarrow{ي}$

∴ $\overleftarrow{ر_{.}}$ = ٢ $\overleftarrow{ي}$

∵ $\overleftarrow{ف}$ = $\overleftarrow{ر}$ - $\overleftarrow{ر_{.}}$

∴ $\overleftarrow{ف}$ = = (٢ + ٣ن - @ن) $\overleftarrow{ي}$ - ٢ $\overleftarrow{ي}$ = (٣ن - @ن) $\overleftarrow{ي}$

∵ $\overleftarrow{ع}$ = $\frac{ء\overleftarrow{ف}}{ء ن}$ = $\frac{ء}{ء ن}$ (٣ن - @ن) $\overleftarrow{ي}$ = (٣ - ٢ن) $\overleftarrow{ي}$

∵ $\overleftarrow{حـ}$ = $\frac{ء\overleftarrow{ع}}{ء ن}$ = $\frac{ء}{ء ن}$ (٣ - ٢ن) $\overleftarrow{ي}$ = ٢ $\overleftarrow{ي}$

∵ $\overleftarrow{حـ}$ متجة ثابت (لايعتمد على الزمن)

∴ الحركة منتظمة التغير

❖ عند ن = ٠,٥ ث

$\overleftarrow{ع} = (٢ \times ٠,٥ - ٣)\ \overleftarrow{ي} = -٢\ \overleftarrow{ي}$

،، $\overleftarrow{ح} = ٢\ \overleftarrow{ي}$

∴ ع × ح = -٢ × ٢ = -٤ < ٠

∴ الحركة تكون تقصيرية عند ن = ٠,٥ ث

❖ عند ن = ٢ث

$\overleftarrow{ع} = (٢ \times ٢ - ٣)\ \overleftarrow{ي} = ١\ \overleftarrow{ي}$

،، $\overleftarrow{ح} = ٢\ \overleftarrow{ي}$

∴ ع × ح = ١ × ٢ = ٢ > ٠

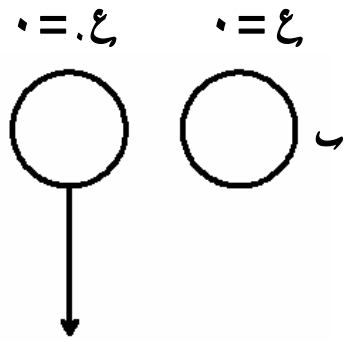
∴ الحركة تكون متسارعة عند ن = ٢ ث

(ب) اكبر قيمة لطاقة الوضع تكون عند أقصى إرتفاع عند (ب)

∵ صـ ب + ط ب = ٧٨٤

∴ صـ ب + ٠ = ٧٨٤

∴ صـ ب = ٧٨٤ جول

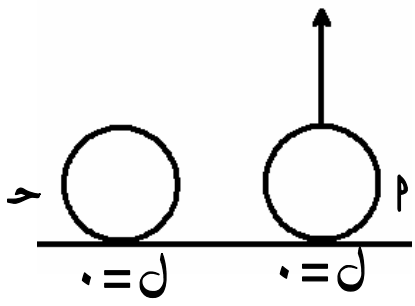


اكبر قيمة لطاقة الحركة تكون عند (أ، حـ)

∴ صـ حـ + ط حـ = ٧٨٤

∴ ٠ + ط حـ = ٧٨٤

∴ ط حـ = ٧٨٤ جول



∴ $\frac{١}{٢}$ ك ع@ = ٧٨٤

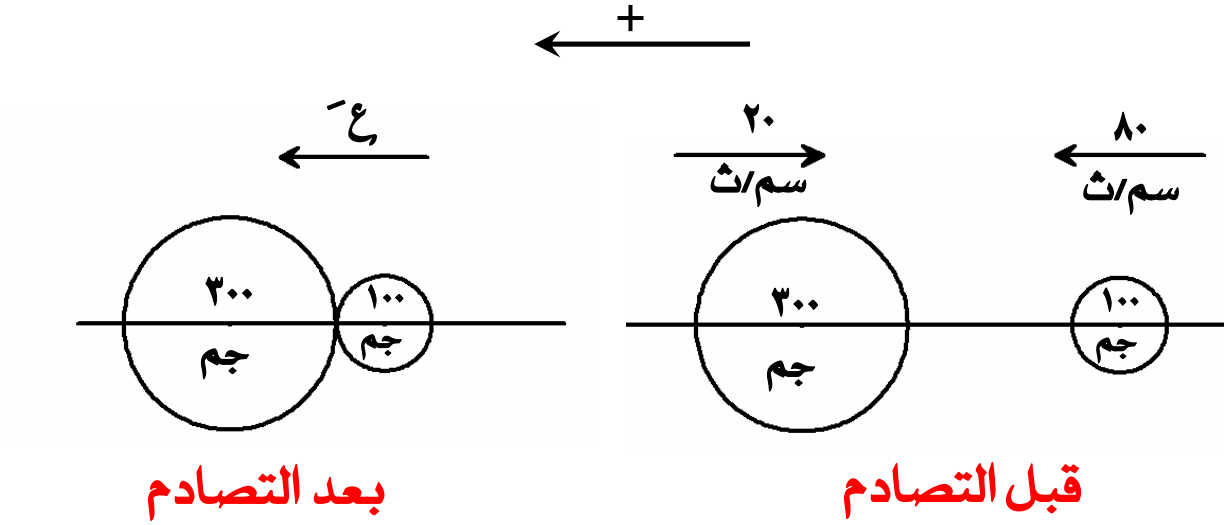
∴ $\frac{١}{٢}$ × ٢ ع@ = ٧٨٤

∴ ع@ = ٧٨٤

∴ ع = ٢٨ م/ث

السؤال الخامس:

(أ)



قبل التصادم　　بعد التصادم

من مبدأ ثبات كمية الحركة:

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع َ

∴ ١٠٠ × ٨٠ - ٣٠٠ × ٢٠ = (١٠٠ + ٣٠٠) ع َ

∴ ٤٠٠ ع َ = ٢٠٠٠

∴ ع َ = ٥ سم/ث

التغير في طاقة الحركة نتيجة التصادم

= طاقة حركة الجسم بعد التصادم - مجموع طاقتي الحركة قبل التصادم

$= \frac{١}{٢}$ (ك١ + ك٢) ع َ@ - [$\frac{١}{٢}$ ك١ ع١@ + $\frac{١}{٢}$ ك٢ ع٢@]

$= \frac{١}{٢}$ (١٠٠ + ٣٠٠) × (٥)@ - [$\frac{١}{٢}$ × ١٠٠ × (٨٠)@ + $\frac{١}{٢}$ × ٣٠٠ × (٢٠)@]

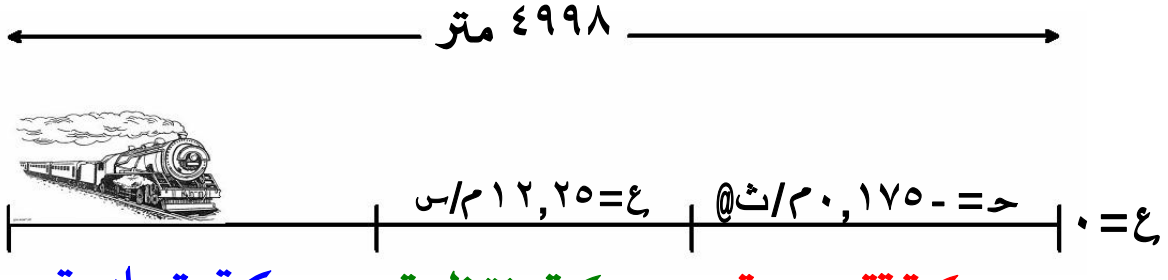
= - ٣٧٥٠٠٠ جول

∴ الفقد في طاقة الحركة نتيجة التصادم = ٣٧٥٠٠٠ جول

دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير في كمية حركة الكرة الثانية

= ك (ع َ - ع٢) = ٣٠٠ [٥٠ - (-٢٠)] = ٣٠٠ × ٧٠ = ٢١٠٠٠ كجم.م/ث

(ب)



دراسة الحركة التقصيرية :

∵ ع@ = ع.@ + ٢ حـ ف

∴ ٠ = (١٢,٢٥)@ + ٢ × - ٠,١٧٥ × ف

∴ ٢ × ٠,١٧٥ ف = (١٢,٢٥)@

∴ ف = ٤٢٨,٧٥ متر

∴ ع = ع. + حـ ن

∴ ٠ = ١٢,٢٥ - ٠,١٧٥ ن

∴ ن = ٧٠ ثانية

في المسألة :
وكانت قوه الاله تزيد بمقدار ٤ ثقل طن عن المقاومه الكليه لحركته
أي أن : ن - م = ٤ × ٩,٨ × ١٠# (نيوتن)

دراسة الحركة المتسارعة :

∵ ك حـ = ن - م

∴ ١٦٠ × ١٠# × حـ = ٤ × ٩,٨ × ١٠#

∴ حـ = ٠,٢٤٥ م/ث@

∵ ع@ = ع.@ + ٢ حـ ف

∴ (١٢,٢٥)@ = ٠ + ٢ × ٠,٢٤٥ ف

∴ ف = ٣٠٦,٢٥ متر

∴ ع = ع. + حـ ن

∴ ١٢,٢٥ = ٠ + ٠,٢٤٥ ن

∴ ن = ٥٠ ثانية

دراسة الحركة المنتظمة :

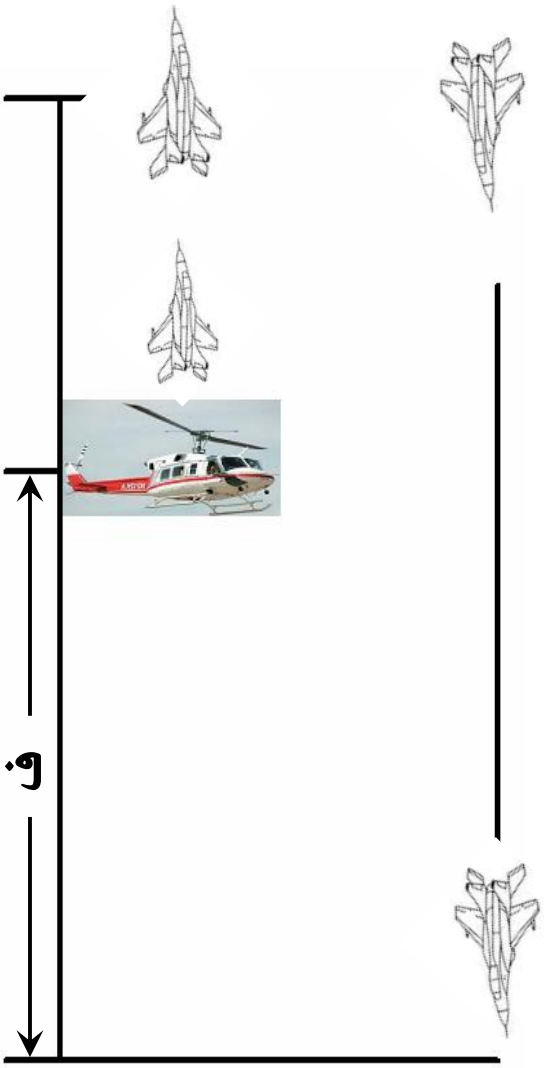
ف (الكلية) = ٤٩٩٨

∴ ف (الحركة المنتظمة) = ٤٩٩٨ - (٤٢٨,٧٥ + ٣٠٦,٢٥) = ٤٢٦٣ متر

∴ ن = $\frac{ف}{ع}$ = $\frac{٤٢٦٣}{١٢,٢٥}$ = ٣٤٨ ث

∴ الزمن الكلي للرحلة = ٥٠ + ٣٤٨ + ٧٠ = ٤٦٨ ث

السؤال السادس:



(أ)

∵ سرعة الطائرة = ٤,٩ م/ث رأسيا لأعلى

،، سرعة قذف الجسم = ١٤,٧ م/ث رأسيا لأعلى

∴ السرعة الفعلية للجسم = ٤,٩ + ١٤,٧ = ١٩,٦ م/ث

لحساب زمن أقصى إرتفاع:

ع. = ١٩,٦ م/ث ، ع = ٠

∵ ع = ع. - ء ن

∴ ٠ = ١٩,٦ - ٩,٨ ن

ن = ٢ ث

∴ ف = ع ٠ ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن@

∴ ف = - ١٩,٦ × ٦ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٣٦ = ٥٨,٨ متر

∵ الطائرة تتحرك بسرعة منتظمة

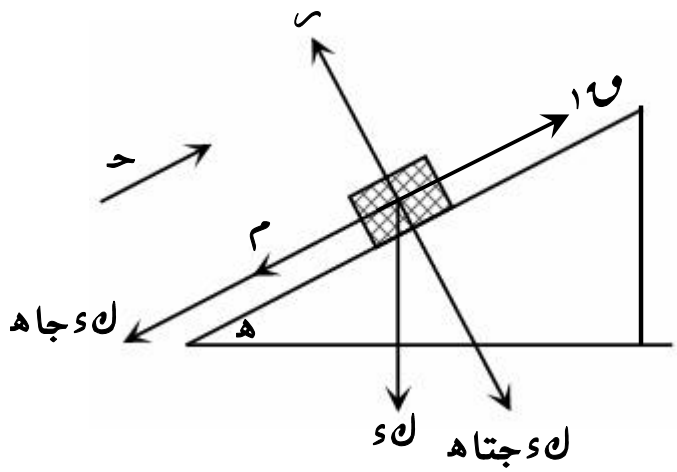
∴ المسافة التي تتحركها الطائرة خلال الفترة التي يتحرك فيها الجسم (٦ث)

= ع ن = ٤,٩ × ٦ = ٢٩,٤ متر

∴ ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض لحظة وصول الجسم إليها = ٥٨,٨ + ٢٩,٤ = ٨٨,٢ متر

(ب)

الحركة لأعلى المستوى:



معادلة الحركة:

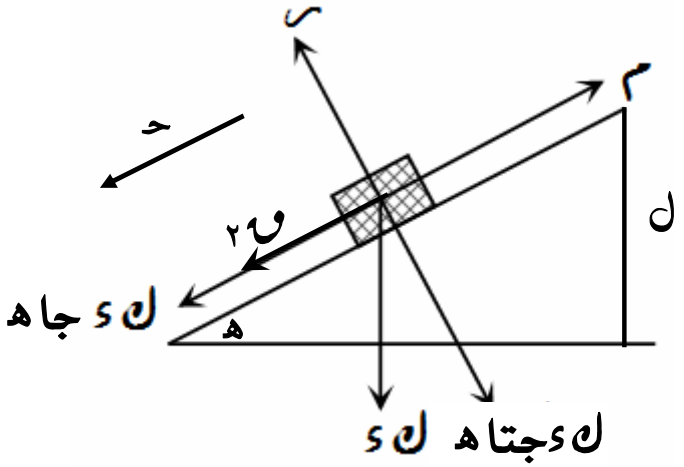
ق١ = م + ك ء جاه

∴ القدرة = ق١ ع١

∴ القدرة = (م + ٢٠٠ × ١٠ # × ٩,٨ × $\frac{١}{٥٠}$) × ١٠,٨ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م + ٣٩٢٠٠) × ٣ = ٣م + ١١٧٦٠٠ وات (١)

الحركة لأسفل المستوى:



معادلة الحركة:

ق٢ = م - ك ء جاه

∴ القدرة = ق٢ ع٢

∴ القدرة = (م - ٢٠٠ × ١٠ # × ٩,٨ × $\frac{١}{٥٠}$) × ٣٢,٤ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م - ٣٩٢٠٠) × ٩ = ٩م - ٣٥٢٨٠٠ وات

من(١)،(٢):

∴ ٣م + ١١٧٦٠٠ = ٩م - ٣٥٢٨٠٠

∴ م = ٧٨٤٠٠ نيوتن

∴ المقاومة لكل طن = $\frac{٧٨٤٠٠}{٢٠٠}$ = ٣٩٢ نيوتن = ٤٠ ث كجم

من(١):

∴ القدرة = ٣ × ٣٩٢ + ١١٧٦٠٠ = ١١٧٩٩٢ وات = ١٦٠ $\frac{٨}{١٥}$ حصان

أ / وليد زوال - المنصورة