الأزهر الشريف
قطاع المعاهد الأزهرية
امتحان الشهادة الثانوية الأزهرية (القسم العلمى)
للعام الدراسى ١٤٣٣/١٤٣٤هـ (٢٠١٢/٢٠١٣م)

الدور: الأول | التفاضل والتكامل | الزمن : ساعتان

"يسمح باستخدام الآلة الحاسبة"

أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتى:- (يخصص لكل سؤال ٥ درجات)

١) [أ] أوجد: ١) $\int س^{٣}\sqrt{س+١}\ ء س$ ٢) $\int \frac{جتا^{٢}س}{جتاس + جاس}\ ء س$

[ب] أوجد كلاً من القيمة العظمى المحلية والقيمة الصغرى المحلية وكذلك نقط الانقلاب (إن وجدت) لمنحنى الدالة د حيث: د(س) = ٢س^{٣} – ٣س^{٢} – ١٢س – ٥

٢) [أ] برهن أن المماس للمنحنى ص = س^{٣} + س + ٢ عند أى نقطة عليه يميل بزاوية حادة على الاتجاه الموجب لمحور السينات . ثم أوجد معادلة المماس للمنحنى عند س = – ١

[ب] إذا كان $\frac{ء ع}{ء س} = ١ + ٢س$ ، $\frac{ء ص}{ء س} = س^{٢} + ٣$ فأوجد $\frac{ء^{٢} ع}{ء ص^{٢}}$ عندما س = ١

٣) [أ] إذا كانت ص^{٢} = س^{٢}(١ – س) فأثبت أن :

$ص \frac{ء^{٢} ص}{ء س^{٢}} + (\frac{ء ص}{ء س})^{٢} + ٣س = ١$

[ب] فى لحظة ما كان طولا ضلعى القائمة فى مثلث قائم الزاوية هما ٨سم ، ٦سم فإذا كان الضلع الأول ينقص طوله بمعدل ١سم / دقيقة بينما يزداد طول الضلع الثانى بمعدل ٢سم / دقيقة. فأوجد معدل التغير فى مساحة سطح المثلث بعد دقيقتين.

٤) [أ] إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} أ س^{٢} + ب س & \text{عندما } س \leq ١ \\ ٣س - ١ & \text{عندما } س > ١ \end{cases}$

قابلة للاشتقاق عند س = ١ فأوجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب.

[ب] منحنى ميل المماس له عند أى نقطة عليه (س ، ص) يساوى قا^{٢}س – جاس أوجد معادلة هذا المنحنى إذا عُلم أنه يمر بالنقطة ($\frac{ط}{٤}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$)

٥) [أ] إذا كانت د(س) = $\begin{cases} \frac{ظ٣س}{س} & \text{عندما } س > ٠ \\ س - ٣ & \text{عندما } س < ٠ \end{cases}$

فابحث وجود $\lim_{س \to ٠}$ د(س)

[ب] وعاء أسطوانى قائم بدون غطاء سعته ٨٠٠٠ط سم^{٣} . أوجد كلاً من طول نصف قطر قاعدة الوعاء (نق) ، وكذلك ارتفاعه (ع) بحيث تكون مساحته السطحية أقل ما يمكن.