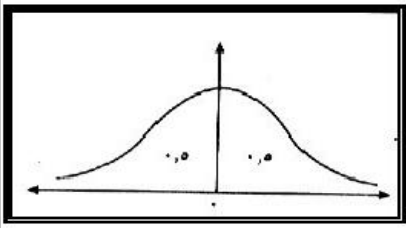
الباب الثالث التوزيع الطبيعي

ثالثاً ملخص الباب الثالث (التوزيع الطبيعي)

يقال لمتغير عشوائي ص أنه يتبع توزيعاً طبيعياً معيارياً في حالة :



(١) متوسطه μ = صفر .

(٢) انحرافه المعياري σ = ١

خواص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري :

١- المساحة فوق محور السنيات وتحت المنحنى = ١

٢- المحــور الرأســي يقسم المنطقة تحت المنحنى وفوق محور السينات إلى نصفين متماثلين مساحة كل منهما = ٠,٥

٣- مساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى وفوق الفترة [٠ ، ى] تمثل عددياً احتمال وقوع المتغير العشوائي ص في الفترة [٠ ، ى] .

أي أن

ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري ، وفوق الفترة [٠ ، ى]

ويكشف عنها مباشرة في جدول المساحات .. حيث ى عدد حقيقي موجب .

مثال ١

باستخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري .. أوجد :

١) ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٣) ٢) ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٦٧)

٣) ل (٠ ≤ ص ≤ ٢,٢٥)

الحل

... فيما يلي جزء من جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعي المعياري :

ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩	
٠,٠											
٠,١											
٠,٢											
٠,٣	٠,١١٧٩										١
٠,٤											
٠,٥											
٠,٦								٠,٢٤٨٦			٢
٢,١											
٢,٢						٠,٤٨٧٨					٣
٣,٥											

... وخلي بالك : فيه فرق ما بين الــ (٠,١) ، الــ (١,٠٠) ، ما بين الــ (٠,٢) ، الــ (٢,٠٠) ركززززز

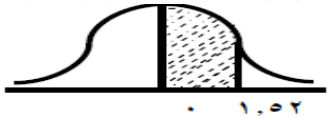
ولااااااااااااااااااازم عشان نكشف يكون المتغير ص ويكون صفر الفترة في اليمين

E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

(١)

ل (٠ ≥ ص ≥ رقم موجب) = كشف الرقم الموجب

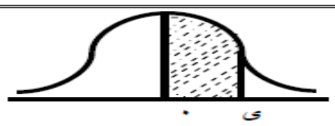
ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢) = ٠,٤٣٥٧



أوجد قيمة العدد الحقيقي الموجب ى

ل (٠ ≥ ص ≥ ى) = ٠,٤٣٥٧

ى = الكشف العكسي= ١,٥٢ الكشف

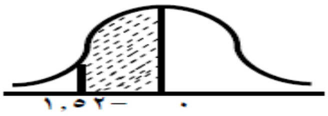


(٢)

ل (رقم سالب ≥ ص ≥ ٠) = كشف الرقم الموجب

ل (− ١,٥١٥ ≥ ص ≥ ٠) = ل (− ١,٥٢ ≥ ص ≥ ٠)

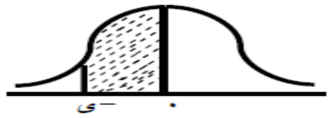
= ٠,٤٣٥٧



أوجد قيمة العدد الحقيقي الموجب ى

ل (−ى ≥ ص ≥ ٠) = ٠,٤٣٥٧

ى الكشف العكسي= ١,٥ الكشف



(٣)

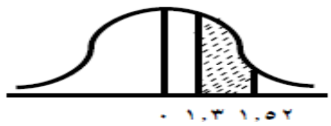
ل (رقم موجب ≥ ص ≥ رقم موجب)

= كشف الرقم الاكبر − كشف الرقم الأصغر

ل (١,٣ ≥ ص ≥ ١,٥٢١)

= ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢) − ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٣)

= ٠,٤٣٥٧ − ٠,٤٠٣٢ = ٠,٠٣٢٥



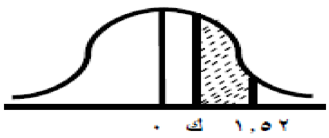
أوجد قيمة ك الموجبة ل (ك ≥ ص ≥ ١,٥٢) = ٠,٠٣٢٥

= ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢) − ل (٠≥ ص ≥ ك) = ٠,٠٣٢٥

= ٠,٤٣٥٧ − ل (٠≥ ص ≥ ك) = ٠,٠٣٢٥

ل (٠≥ ص ≥ ك) = ٠,٤٣٥٧ − ٠,٠٣٢٥ = ٠,٤٠٣٢

ك= الكشف العكسي= ١,٣



(٤)

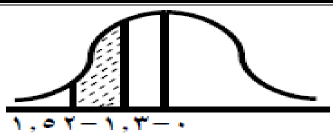
ل (رقم سالب ≥ ص ≥ رقم سالب)

= (كشف الرقم الأكبر − كشف الرقم الأصغر) بصرف النظر عن الإشارة

ل (−١,٥٢ ≥ ص ≥ − ١,٣)

= ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢) − ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٣)

= ٠,٤٣٥٧ − ٠,٤٠٣٢ = ٠,٠٣٢٥



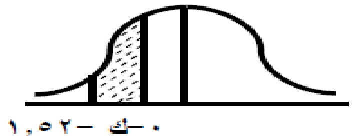
أوجد قيمة ك الموجبة ل (-١,٥٢ ≥ ص ≥ − ك) = ٠,٠٣٢٥

= ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢) − ل (٠≥ ص ≥ ك) = ٠,٠٣٢٥

= ٠,٤٣٥٧ − ل (٠≥ ص ≥ ك) = ٠,٠٣٢٥

ل (٠≥ ص ≥ ك) = ٠,٤٣٥٧ − ٠,٠٣٢٥ = ٠,٤٠٣٢

ك= الكشف العكسي= ١,٣



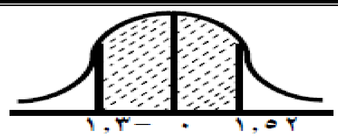
(٥)

ل (رقم سالب≥ ص ≥ رقم موجب) = مجموع كشف الرقمين

ل (− ١,٣ ≥ص ≥ ١,٥٢)

= ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٣) + ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢)

= ٠,٤٠٣٢ + ٠,٤٣٥٧ = ٠,٨٣٨٩



(٦)

ل (ص > قيمة معينة) أو ل(ص < قيمة معينة)

أولاً : إذا كان الجزء المظلل أكبر من $\frac{1}{2}$ المنحنى

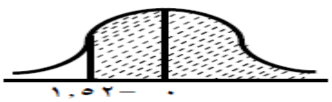
فإن ل = ٠,٥ + الكشف

ثانياً : إذا كان الجزء المظلل أقل من $\frac{1}{2}$ المنحنى

فإن ل = ٠,٥ − الكشف

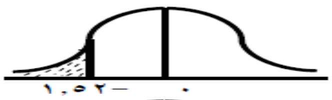
ل (ص > − ١,٥٢) = ٠,٥ + ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢)

= ٠,٥ + ٠,٤٣٥٧ = ٠,٩٣٥٧



ل (ص < − ١,٥٢) = ٠,٥ − ل (٠ ≥ ص ≥ ١,٥٢)

= ٠,٥ − ٠,٤٣٥٧ = ٠,٠٦٤٣

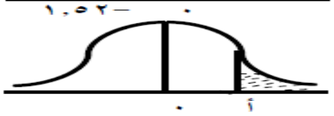


أوجد قيمة أ الموجبة التي تحقق: ل (ص > أ) = ٠,٠٦٤٣

٠,٥ − ل (٠ ≥ ص ≥ أ) = ٠,٠٦٤٣

ل (٠ ≥ ص ≥ أ) = ٠,٥ − ٠,٠٦٤٣ = ٠,٤٣٥٧

أ = الكشف العكسي ١,٥٢



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

مثال ٢

باستخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري .. أوجد :

١) ل (-٠,٥٨ ≤ ص ≤ ٠)		٢) ل (ص ≤ ١,٤٥)

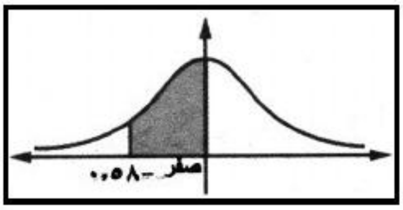
٣) ل (ص ≥ ٢,٣٦)		٤) ل (ص ≤ -٠,٨٤)

٥) ل (٠,٨٦ ≤ ص ≤ ١,٤٢)		٦) ل (-١,١٢ ≤ ص ≤ ٠,٦٤)

٧) ل (-١,٩٢ ≤ ص ≤ -٠,٨٣)

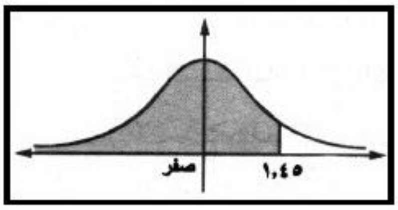
الحل

١) ل (-٠,٥٨ ≤ ص ≤ ٠)



= ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٥٨) = ٠,٢١٩٠

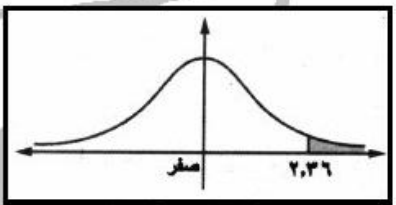
٢) ل (ص ≤ ١,٤٥)



= ٠,٥ + ل (٠ ≤ ص ≤ ١,٤٥)

= ٠,٥ + ٠,٤٢٦٥ = ٠,٩٢٦٥

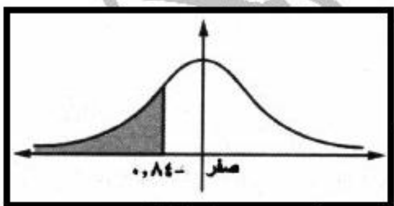
٣) ل (ص ≥ ٢,٣٦)



= ٠,٥ - ل (٠ ≤ ص ≤ ٢,٣٦)

= ٠,٥ - ٠,٤٩٠٩ = ٠,٠٠٩١

٤) ل (ص ≤ -٠,٨٤)



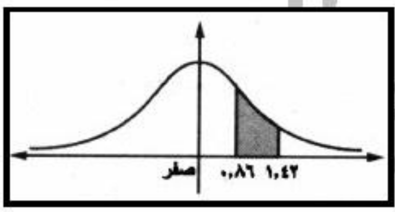
= ٠,٥ - ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٨٤)

= ٠,٥ - ٠,٢٩٩٥ = ٠,٢٠٠٥

٥) ل (٠,٨٦ ≤ ص ≤ ١,٤٢)

= ل (٠ ≤ ص ≤ ١,٤٢) - ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٨٦)

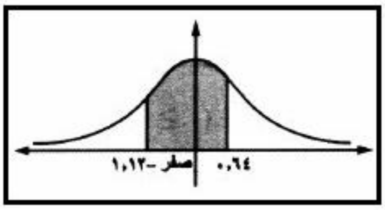
= ٠,٤٢٢٢ - ٠,٣٠٥١ = ٠,١١٧١



٦) ل (-١,١٢ ≤ ص ≤ ٠,٦٤)

= ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٦٤) + ل (٠ ≤ ص ≤ ١,١٢)

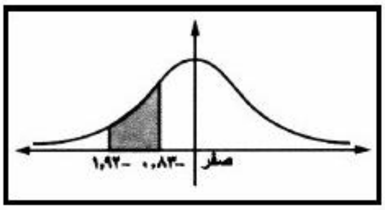
= ٠,٢٣٨٩ + ٠,٣٦٨٦ = ٠,٦٠٧٥



٧) ل (-١,٩٢ ≤ ص ≤ -٠,٨٣)

= ل (٠ ≤ ص ≤ ١,٩٢) - ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٨٣)

= ٠,٤٧٢٦ - ٠,٢٩٦٧ = ٠,١٧٥٩



E mail: omarabosalam@yahoo.com		tel: 0106806344

مثال ٣

إذا كـان ص متغيراً طبيعياً معيارياً .. فأوجد قيمة العدد الحقيقي الموجب ى الذي يحقق كلاً مما يأتي : ١) ل (ص ≥ ى) = ٠,٤٠١٣

٢) ل (ص ≥ − ى) = ٠,٨٥٧٧   ٣) ل (−١,٤ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٧٢٧٠

الحل

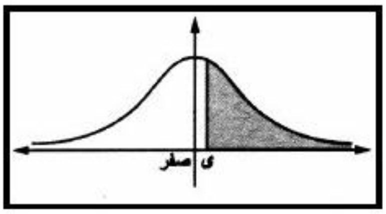
١) ل (ص ≥ ى) = ٠,٤٠١٣

∴ ٠,٥ − ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٤٠١٣

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٥ − ٠,٤٠١٣ = ٠,٠٩٨٧

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٠٩٨٧

... وبالكشف العكسي في الجدول نجد أن : ى = **٠,٢٥**

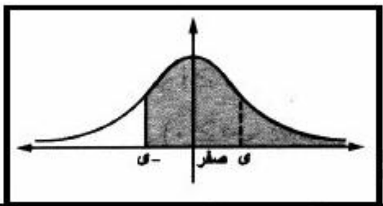


٢) ∵ ل (ص ≥ − ى) = ٠,٨٥٧٧

∴ ٠,٥ + ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٨٥٧٧

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٨٥٧٧ − ٠,٥ = **٠,٣٥٧٧**

... وبالكشف العكسي في الجدول نجد أن : ى = **١,٠٧**



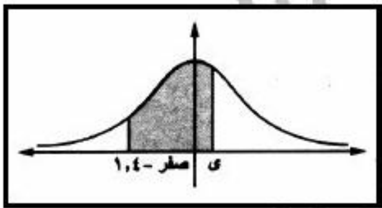
٣) ∵ ل (−١,٤ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٧٢٧٠

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ى) + ل (٠ ≤ ص ≤ ١,٤) = ٠,٧٢٧٠

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ى) + ٠,٤١٩٢ = ٠,٧٢٧٠

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠,٧٢٧٠ − ٠,٤١٩٢ = **٠,٣٠٧٨**

... وبالكشف العكسي في الجدول نجد أن : ى = **٠,٨٧**



إذا كان س متغيراً طبيعياً متوسطه μ وانحرافه المعياري σ .. فإننا نحول هذا المتغير إلى متغير طبيعي معياري ص بالقاعدة :

$$ص = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

ويكون : $ل (أ \le س \le ب) = ل \left(\frac{أ - \mu}{\sigma} \le ص \le \frac{ب - \mu}{\sigma} \right)$

مثال ٥

إذا كانت أطوال مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط قدره ١٧٢ سم ، وتباين ٢٥ سم .. أوجد :

١) احتمال أن يكون طول الشخص واقعاً بين ١٧٠ سم ، ١٧٥ سم .

٢) عدد الأشخاص الذين يقل طول كل منهم عن ٦٥ سم .

٣) النسبة المئوية للعدد الأشخاص الذين يزيد طول كل منهم عن ١٨٥ سم .

الحل

E mail: omarabosalam@yahoo.com   tel: 0106806344

١) احتمال أن يكون طول الشخص واقعا بين ١٧٠ سم ، ١٧٥ سم هو

ل (١٧٠ < س < ١٧٥)

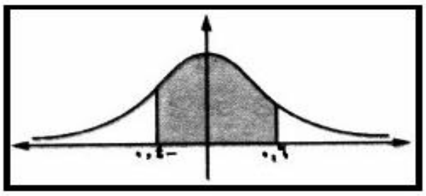
، ∵ μ = ١٧٢ ، σ^2 = ٢٥ ∴ σ = ٥

∴ ل (١٧٠ < س < ١٧٥) = ل ((١٧٠ − ١٧٢)/٥ < ص < (١٧٥ − ١٧٢)/٥)

= ل (−٠,٤ < ص < ٠,٦)

= ل (٠ < ص < ٠,٤) + ل (٠ < ص < ٠,٦)

= ٠,١٥٥٤ + ٠,٢٢٥٩ = ٠,٣٨١٣



٢) احتمال أن يقل طول الشخص عن ١٦٨ هو

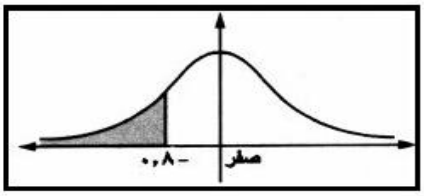
ل (س < ١٦٨) = ل (ص < (١٦٨ − ١٧٢)/٥)

= ل (ص < −٠,٨) = ٠,٥ − ل (٠ < ص < ٠,٨)

= ٠,٥ − ٠,٢٨٨١ = ٠,٢١١٩

∴ عدد الأشخاص الذين يقل طولهم عن ١٦٨ سم = ٠,٢١١٩ × ١٠٠٠

= ٢١٢ شخص



٣) احتمال أن يزيد طول الشخص عن ١٨٥ هو

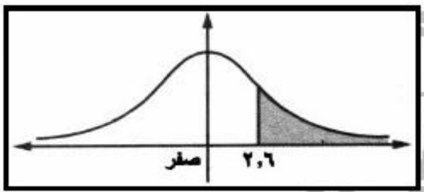
ل (س > ١٨٥) = ل (ص > (١٨٥ − ١٧٢)/٥)

= ل (ص > ٢,٦) = ٠,٥ − ل (٠ < ص < ٢,٦)

= ٠,٥ − ٠,٤٩٥٣ = ٠,٠٠٤٧

∴ النسبة المئوية لعدد الأشخاص الذين يزيد طول كل منهم عن ١٨٥ سم

= ٠,٠٠٤٧ × ١٠٠ ٪ = ٠,٤٧ ٪



مثال

إذا كانت درجات الحرارة فى أحد الشهور تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٢٥ درجة ، وانحرافه المعياري ٥ درجات .. أوجد الحد الأعلى لدرجات الحرارة لنسبة ١١,٥١٪ من الأيام التي تسجل فيها أدنى الدرجات :

الحل

∴ بفرض أن الحد الأعلى لدرجات الحرارة لنسبة ١١,٥١٪ من الأيام التى تسجل فيها أدنى الدرجات هو ك .

∴ ل (س < ك) = ١١,٥١ ٪

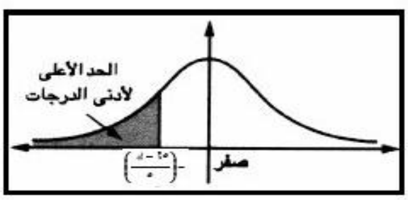
∴ ل (ص < (ك − ٢٥)/٥) = ٠,١١٥١ (< ½)

∴ (ك − ٢٥)/٥ تقع فى الجزء السالب .

∴ ٠,٥ − ل (٠ < ص < (٢٥ − ك)/٥) = ٠,١١٥١

∴ ل (٠ < ص < (٢٥ − ك)/٥) = ٠,٣٨٤٩

∴ (٢٥ − ك)/٥ = ١,٢ ∴ ك = ١٩ درجة



النسبه المئويه = الحتمال X ١٠٠ العدد = الحتمال Xالعدد الكلي

E mail: omarabosalam@yahoo.com
tel: 0106806344

تمارين علي المتغير العشوائي الطبيعي المعياري

❶ <u>إذا كان ص متغيرا طبيعيا معياريا فأوجد قيم الاحتمالات الآتية :</u>

(١)✍ل (٠ ≤ ص ≤ ٠.٥٦) .

(٢)✍ل (٠ ≤ ص ≤ ٢.٣٨) .

(٣)✍ل (- ٠.٤٨ ≤ ص ≤ ٠) .

(٤)✍ل (- ١.٤٢ ≤ ص ≤ ٠) .

(٥)✍ل (ص ≥ ٢) .

(٦)✍ل (ص ≥ - ٠.٥٦) .

(٧)✍ل (ص ≤ ١.٥) .

(٨)✍ل (ص ≤ - ١.٠٣) .

(٩)✍ل (ص ≥ ٠.٧٨) .

(١٠)✍ل (ص ≤ - ٠.٦) .

(١١)✍ل (٠.٣ ≤ ص ≤ ١.٢) .

(١٢)✍ل (١.٣٦ ≤ ص ≤ ٢.٧٥) .

(١٣)✍ل (- ١.٢٨ ≤ ص ≤ ١) .

(١٤)✍ل (- ٣.١٢ ≤ ص ≤ ٠.٥٤) .

(١٥)✍ل (- ١.٢ ≤ ص ≤ - ٠.٨) .

(١٦)✍ل (- ٢.٤٧ ≤ ص ≤ ١.١٥) .

(١٧)✍ل (- ٢.١٢ ≤ ص ≤ ٢.١٢) .

(١٨)✍ل (- ٠.٦٣ ≤ ص ≤ ٠.٦٣) .

(١٩)✍ل (- ١.٧٥ ≤ ص ≤ ٢.٤) .

❷ <u>إذا كان ص متغيرا طبيعيا معياريا فأوجد قيمة ى الحقيقية الموجبة التى تحقق كلاً مما يأتى :</u>

(١)✍ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = ٠.١٩٥٠

(٢)✍ل (- ى ≤ ص ≤ ٠) = ٠.٤٣٧٠

(٣)✍ل (ص ≥ ى) = ٠.٠٧٨١

(٤)✍ل (ص ≥ - ى) = ٠.٩٧٥٠

(٥)✍ل (ص ≤ ى) = ٠.٩٩٢٠

(٦)✍ل (ص ≤ - ى) = ٠.٣١٧٠

(٧)✍ل(٠.٥٣≤ ص≤ ى) = ٠.٠١٧١

(٨)✍ل (ى ≤ ص ≤ ١.٤٦) = ٠.٢٤٠٠

(٩)✍ل(- ٠.٧٧≤ص≤ ى)= ٠.٤٢٠٠

(١٠)✍(- ى≤ ص≤ ١.٦٢) = ٠.٥٥٠٠

(١١)✍ل(-١.١٦≤ ص≤ - ى)= ٠.١٥٨٠

(١٢)✍ل (- ى≤ ص ≤ - ٠.٩٥) = ٠.١٧٠٠

(١٣)✍ل (- ى ≤ ص ≤ ى) = ٠.٦٦٨٠

(١٤)✍ل (- ى≤ ص≤ ى) = ٠.٨٧٠٠

(١٥)✍ل (| ص | ≤ ى) = ٠.٩٧٥٠

E mail: omarabosalam@yahoo.com		tel: 0106806344

تمارين علي المتغير الطبيعي الغير معياري

١) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٧٥ وانحرافه المعيارى σ = ٧.٥

فأوجد : **(١)** ل (س ≤ ٧٥) **(٢)** ل (س ≤ ٧٨)

(٣) ل (س ≥ ٦٥) **(٤)** ل (٧٠ ≥ س ≥ ٨٠)

٢) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٢٥ وانحرافه المعيارى σ = ٢.٥

فأوجد : **(١)** ل (س ≥ ٣٠) **(٢)** ل (س > ٢٢.٥)

(٣) ل (١٨ ≥ س > ٢٤) **(٤)** ل (٢٠ ≥ س > ٣٠)

٣) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٥ وانحرافه المعيارى σ = ١

فأوجد : **(١)** ل (س ≥ ٨) **(٢)** ل (٤.٢ ≥ س ≥ ٦) **(٣)** ل (٣.٦ > س > ٤٠٦)

٤) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٤٠ وانحرافه المعيـارى σ = $\frac{٢٠}{٣}$

فأوجد : **(١)** ل (س ≤ ٤٥) **(٢)** ل (س ≥ ٣٠) **(٣)** ل (س ≤ ٣٥)

٥) إذا كانت درجات الحرارة خلال شهر ديسمبر تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابى قدره ٢٠ درجه وانحراف معيـــارى قدره $٣\frac{١}{٣}$

فأوجد : **(١)** احتمال أن تكون درجة الحرارة بين °٢٢١ درجه، °٢٥.

(٢) عدد الأيام التى تكون فيها درجة الحرارة أكبر من °١٨.

٦) إذا كانت أطوال مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابى قدره ١٧٢ سم وانحراف معيارى ٥ سم .

فأوجد : **(١)** عدد الأشخاص الذين يقع طول كل منهم بين ١٧٠ سم ، ١٧٥ سم .

(٢) عدد الأشخاص الذين يقل طول كل منهم عن ١٦٨ سم .

(٣) عدد الأشخاص الذين يزيد طول كل منهم عن ١٨٥ سم .

٧) إذا كانت أوزان مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى ٨٠ كجم وانحرافه المعيارى ٥ كجم .

فأوجد : **(١)** عدد الأشخاص الذين يزيد كل منهم عن ٩٢ كجم .

(٢) عدد الأشخاص الذين يقل وزن كل منهم عن ٧٥ كجم .

٨) إذا كانت أجور مجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى ٦٠ جنيهاً وانحرافه

E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

المعيارى ١٢ جنيهاً .

أوجد : **(١)** عدد العمال الذين أجورهم لا تزيد عن ٥٤ جنيهاً .

(٢) عدد العمال الذين لا تقل أجورهم عن ٨١ جنيهاً .

٩) مصنع للسبائك ينتج سبائك أسطوانية الشكل فإذا كانت أطوال أنصاف أقطار هذه السبائك تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى ٠.٧٥ سم وانحرافه المعيارى ٠.٠٤ سم وتعتبر السبيكة غير صالحة إذا كان طول قطرها أقل من ١.٤٤ سم أو أكبر من ١.٦٢ سم أوجد النسبة المئوية لعدد السبائك غير الصالحة التى ينتجها المصنع .

١٠) مصنع للإطارات ينتج إطارات للسيارت أطوال أقطارها متغير عشوائى س يتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابى μ = ٢٤ سم وانحراف معيارى σ = ١.٥ سم ، احسب كلاً من :

(١) ل (س ≥ ٢١)   **(٢)** ل (س ≤ ٢٥)

(٣) النسبة المئوية للإطارات التى لا يقل طول قطرها عن ٢١ سم ولا يزيد عن ٢٧ سم

١١) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ وانحرافه المعيارى σ = ٤ أوجد μ بحيث يكون :

(١) ل (س ≤ ٣٥) = ٠.١٠٥٦   **(٢)** ل (س ≥ ٤٠) = ٠.٩٩٣٨

١٢) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٥٠ وانحرافه المعيارى σ فأوجد σ بحيث يكون :

(١) ل (س ≤ ٦٢) = ٠.٠٦٦٨ ٠.١٠٥٦   **(٢)** ل (س > ٢٨) = ٠.٩٨٦١

١١) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ وانحرافه المعيارى σ فأوجد كلا مما يأتى :

(١) ل ($\mu - \frac{١}{٢}\sigma \le$ س $\le + \frac{١}{٢}\sigma$)

(٢) ل ($\mu - ٢.١٦\,\sigma \le$ س $\le \mu + ٢.١٦\,\sigma$)

(٣) ل (س $\le \mu + ٢\,\sigma$)

(٤) ل ($\mu - \frac{٥}{٤}\sigma \le$ س $\le \mu + \frac{٩}{٥}\sigma$)

١) إذا كان س متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى μ وانحرافه المعيارى σ فأوجد قيمة ى الموجبة التى تحقق كلا من

(١) ل ($\mu -$ ى $\sigma \le$ س $\le \mu +$ ى σ) = ٠.٥٧٠٤

(٢) ل ($\mu - ٣\,\sigma \le$ س $\le \mu +$ ى σ) = ٠.٠٧٦٥

(٣) ل ($\mu - ٣$ ى $\sigma \le$ س $\le \mu + ٣$ ى σ) = ٠.٩٩٩٤

(٤) ل (| س - μ | ≤ ى σ) = ٠.٨٥٥٨

١٥) إذا كان **س** متغيراً طبيعياً وسطه الحسابى ٥٠ ،
وكان ل (٤٠ < س < ٦٠) = ٠.٦٨٢٦ أوجد تباين **س** .

١٦) إذا كانت أطوال أنصاف أقطار الملفات التى ينتجها أحد المصانع تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابى ٢٥ سم وتباين ٤ سم^{٢} ويعتبر الملف معيباً إذا كان طول نصف قطره يقل عن ٢٢ سم أو يزيد عن ٢٩ سم فأوجد احتمال أن يكون الملف معيباً

E mail: omarabosalam@yahoo.com   tel: 0106806344

مسائل مختارة من امتحانات الثانوية العامة

١) يونيه ١٩٩٦م : تقدم ١٠٠٠ شاب إلى إدارة التجنيد فإذا كانت أطوالهم تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط ١٧٠ سم وانحراف معيارى ١٠ سم أوجد : **(١)** عدد الشباب الذين تقل أطوالهم عن ١٩٠ سم .

(٢) عدد الشباب غير المقبولين إذا كان الحد الأدنى للطول المطلوب ١٥٥ سم .

٢) أغسطس ١٩٩٦م : وجد أن أطول نوع معين من النبات تكون موزعه حسب التوزيع الطبيعى بمتوسط ٥٠ سم وانحراف معيارى σ وكان أطوال ١٠.٥٦ ٪ من هذا النبات أقل من ٤٥ سم . اوجد التباين لأطوال هذا النبات .

٣) يونيه ١٩٩٧م :إذا كان س متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٢٤ وانحرافه المعيارى σ = ٥ فأوجد

(١) ل (س ≤ ٣٢.٥) . **(٢)** ل (١٤ < س < ٢٩) .

٤) أغسطس ١٩٩٧م : إذا كانت أوزان الطلاب فى أحد الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٦٨ كجم ، وتباينه ١٦ كجم^{٢} فاوجد :**(١)** احتمال أن يكون الوزن أكبر من ٧٠ كجم .

(٢) النسبة المئوية للطلاب الذين تقع أوزانهم بين ٦٥ كجم ، ٧٢ كجم .

(٣) عدد الطلاب الذين يزيد وزنهم عن ٦٦ كجم إذا كان عدد الطلاب بالكلية ٢٠٠٠ طالب .

٥) يونيه ١٩٩٨م : إذا كان س متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٤٨ وانحرافه المعيارى σ = ٥ فأوجد

(١) ل (٤٣ < س < ٥٩) . **(٢)** قيمة ك إذا كان ك ل (س > ك) = ٠.١٨١٤

) أغسطس ١٩٩٨م : إذا كان الدخل الشهرى لمجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل يتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى ١٨٠ جنيهاً وانحرافه المعيارى ١٥ جنيهاً . أوجد عدد العمال الذين يقل دخلهم عن ١٩٨ جنيهاً .

٧**) يونيه ١٩٩٩م :** إذا كان س متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى μ وانحرافه المعيارى σ

فأوجـــــد :**(١)** ل (س <μ) . **(٢)** ل (μ - ٢ σ< س <μ + σ) . **(٣)** ل ($\mu\sigma$< س <μ + ٣ σ)

٨) أغسطس ١٩٩٩م : إذا كان ارتفاع مياه الأمطار خلال شهر فبراير يتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٣ سم ، وتباينه $\sigma^{٢}$ = ٤ سم^{٢} . فأوجد احتمال أن يكون ارتفاع الأمطار فى شهر فبراير فى العام التالى :

(١) أكبر من ١ سم . . **(٢)** بين ٣.٥ ، ٤ سم .

٩) يونيه ٢٠٠٠م : إذا كان س متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى μ = ١٧ وانحرافه المعيارى σ = ٢ فأوجـــــد :**(١)** ل (١٦ ≤ س ≤ ٢٠) . **(٢)** ل (س > ١٥) .

١٠) أغسطس ٢٠٠٠م : إذا كان س متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى ٣٢ وتباينه ١٦. فأوجد :

(١) ل (س > ٢٥) . **(٢)** ل (٢٨ < س < ٣٥) .

E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

١١) يونيه ٢٠٠١م : إذا كان **س** متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى μ = ١٧ وانحرافه المعيارى σ = ٢

فأوجـــــد:**(١)** ل (س > ١٥) . **(٢)** ل (١٦ > س > ١٨) .**(٣)** ل (١٩ > س > ٢٠) .

١٢) أغسطس ٢٠٠١م : إذا كانت درجات الحرارة فى شهر أغسطس تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٣٥ درجة وانحرافه المعيارى σ = ٥ درجات . فاوجد احتمال أن تكون درجة الحرارة فى يوم ما خلال هذا الشهر :

(١) واقعة بين ٢٨ درجة ، ٣٨ درجة .

(٢) أكبر من ٣٩ درجة . **(٣)** واقعة بين ٢٦ درجة ، ٣٢ درجة .

١٣) يونيه ٢٠٠٢م : إذا كان **س** متغير عشوائى طبيعياً وسطه الحسابى μ = ٨ وانحرافه المعيارى σ = ٢

فأوجـــــد : **(١)** ل (س ≥ ١٠) . **(٢)** إذا كان : ل (س ≤ ك) **=** ٠.١٠٥٦ **فأوجد قيمة ك**

١٤) أغسطس ٢٠٠٢م : إذا كانت درجات الطلاب فى أحد الامتحانات تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى ٦٠ وانحرافه المعيارى ١٢ واختير طالب عشوائياً . فأوجد احتمال أن تكون درجة الطالب واقعة بين ٦٦ ، ٧٥ درجة وإذا كان ١٥ ٪ من الطلاب الأوائل بالترتيب حصلوا على تقدير امتياز فأوجد أقل درجة للطالب الحاصل على تقدير امتياز

١٥) يونيه ٢٠٠٣م : إذا كانت أطوال ١٥٠٠ طالب فى مدرسة ما تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى ١٧٥ سم وانحرافه المعيارى ٥ سم . واختير طالباً عشوائياً بين هؤلاء الطلاب فأوجـــــد :

(١) احتمال أن يكون طول الطالب واقعاً بين ١٧٣ ، ١٧٨ سم .

(٢) عدد الطلاب الذين تزيد أطوالهم عن ١٨٠ سم .

١٦) أغسطس ٢٠٠٣م : إذا كان الأجر الشهرى للعاملين فى أحدى الشركات وعددهم ٢٠٠٠ عامل يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط حسابى ٥٠٠ جنيه وانحراف معيارى ٤٠٠ جنيه واختير عاملاً عشوائياً من بين هؤلاء العاملين فأوجد :

(١) احتمال أن يحصل العامل على أجر شهرى أكبر من ١٠٠٠ جنيه .

(٢) عدد العاملين الذين يحصلون على أجر شهرى أقل من ١٠٠٠ جنيه

١٧) ١- يونيه٢٠٠٤:اذا كان الدخل الشهري لمجموعه من الاسر يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٧٠٠جنيه مصريا وانحراف معياري ٥٦جنيها ،فاذا اختيرت اسره واحده عشوائيا من هذه الاسر اوجد:

١)احتمال ان تحصل هذه الاسره علي دخل شهري اكبر من ٨١٥جنيه

٢)معامل الاختلاف لهذا المتغير العشوائي

٢-اذا كان عمر التشغيل بالساعات لنوع معين من البطاريات يتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط حسابي ٢٠٠٠ساعه وانحراف معياري ١٢٠ساعه . فما هو احتمال ان تستمر البطاريه في التشغيل لاكثر من ١٨٠٠ساعه؟

١٨)اغسطس ٢٠٠٥ : ١- اذا كانت درجات مجموعه من الطلاب في امتحان الفلسفه تتبع توزيعا طبيعيا بوسط حسابي ٣٥ درجه وانحراف معياري ١٠درجات فاوجد:

اولا:احتمال ان تكون درجه الطالب محصوره بين ٤٥,٢٠ درجه

E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

ثانيا:النسبه المئويه للطلاب اللذين يحصلون علي درجه اكبر من ٢٠ درجة

٢-اذا كان س متغير عشوائي طبيعي متوسطه يساوي صفر وانحرافه المعياري σ

فاوجد قيمه ك التي تحقق ل(س $\geq$ ك σ) = ٠.١٥

<u>١٩)يونيه ٢٠٠٦:</u> في مصنع لانتاج المصابيح الكهربيه لوحظ ان عمر المصابيح المنتجه (بالايام)يتبع تزيعا طبيعيا متوسطه الحسابي μ و انحرافه المعياري ٢٠يوما . وان ٤,٩٥%من المصابيح المنتجه يقل عمرها عن ١٠٠يوما .اوجد

اولا:قيمه μ

ثانيا : من ضمن ١٠٠٠٠مصباح من المصابيح المنتجه قدر عدد المصابيح التي يتراوح عمرها بين ١٥٠,١٠٠ يوم

<u>اغسطس ٢٠٠٦:</u> اذا كان س متغبرا عشوائيا يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسه μ=٠,٢٥ و انحراف معياريσ

وكان ل(س $\leq$ ٠,٦)= ٠.٠٢٢٨فاوجد أ) قيمه σ ب)ل(٠,٤٢٥ $\geq$ س $\geq$٠,٦)

<u>يونيو ٢٠٠٨:</u> ١)في دراسه لاطوال نوع معين من النبات في حقل ما وجد ان اطوالها تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط ٦٠ سم وكان طول احد النباتات ٧٥ سم وطوله المعياري ٢ اوجد الانحراف المعياري .واذا كان الطول المعياري لمبات اخر من نفس الحقل يساوي ٣ اوجد طوله المعياري

٢)اذا كانت درجات ١٠٠٠٠طالب في احد الامتحانا ت تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط ٧٥ درجه وتباين ٢٢٥ فاذا كان ١٤٩٢طالبا بالترتيب يحصلون علي تقدير ممتاز اوجد اقل درجه لكي يحصل الطالب علي تقدير ممتاز .

<u>يونيو ٢٠٠٩:</u> اذا كان س متغير عشوائي طبيعيا متوسطه μ وانحرافه المعياري σ = ٤

و كان ل (س $\leq$ ٤٠) = ٠.١٥٨٧ فاوجد اولا:قيمه المتوسط μ

ثانيا: ل (س $\geq$ ٣١)

<u>يونيو ٢٠١٠:</u>اذا كان اوزان الطلاب في احدي الكليات تتبع توزيعا وسطه الحسابي ٥٥كجم وانحرافه المعياري σ

وكانت اوزان ٣٣%من الطلاب تزيد عن ٦٦كجم فاوجد:١) الانحراف المعياري

٢) اذا كان عدد الطلاب ١٠٠٠٠طالب فاحسب عدد الطلاب الذين تقل اوزانهم عن ٦٠ كجم.

E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344