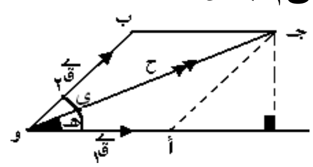
ملخص قوانين الاستاتيكا

محصلة قوتين متلاقيتين في نقطة

$\text{ح}^2 = \text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\,\text{ق}_2 \text{ جتا ى}$



$\text{ظاهـ} = \dfrac{\text{ق}_2 \text{ جا ى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتا ى}}$

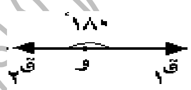
ح هو مقدار المحصلة ،

هـ تحدد زاوية ميل المحصلة على القوة الأولى

حالات خاصة :

(١) ى = ٠° (القوتان في اتجاه واحد)

$\text{ح} = \text{ق}_1 + \text{ق}_2$ وهي أكبر محصلة ولها نفس خط عمل القوتين



(٢) ى = ١٨٠° (متضادتان في الاتجاه)

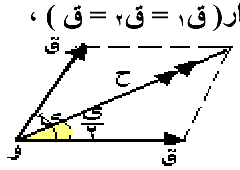
$\text{ح} = |\text{ق}_1 - \text{ق}_2|$ وهي أصغر محصلة

وتكون المحصلة في اتجاه القوة الكبرى

(٣) ى = ٩٠° (القوتان متعامدتان)

$\text{ح}^2 = \text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2$ ، $\text{ظا هـ} = \dfrac{\text{ق}_2}{\text{ق}_1}$

(٤) القوتان متساويتان في المقدار($\text{ق}_1 = \text{ق}_2 = \text{ق}$) ،

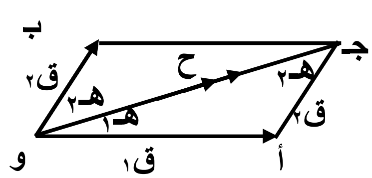


$\text{ح} = 2\text{ق جتا } \dfrac{\text{ى}}{2}$ ، $\text{هـ} = \dfrac{\text{ى}}{2}$

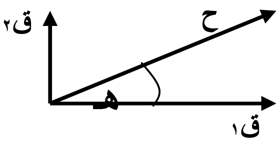
أي أن المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

تحليل القوة إلى مركبتين

$\text{ق}_1 = \dfrac{\text{ح جا هـ}_2}{\text{جا}(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2)}$ ، $\text{ق}_2 = \dfrac{\text{ح جا هـ}_1}{\text{جا}(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2)}$



تحليل القوة في اتجاهين متعامدين



$\text{ق}_1 = \text{ح جتاهـ}$ $\text{ق}_2 = \text{ح جاهـ}$

محصلة عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة

$\text{س} = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ق}_\text{ر} \text{ جتاهـ}_\text{ر}$

$= \text{ق}_1\text{جتاهـ}_1 + \text{ق}_2\text{جتاهـ}_2 + \ldots\ldots + \text{ق}_\text{ن} \text{ جتاهـ}_\text{ن}$

$\text{ص} = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ق}_\text{ر} \text{ جاهـ}_\text{ر}$

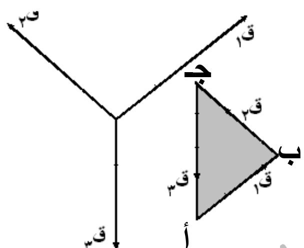
$= \text{ق}_1\text{جاهـ}_1 + \text{ق}_2\text{جاهـ}_2 + \ldots\ldots + \text{ق}_\text{ن} \text{ جاهـ}_\text{ن}$

$\text{ح} = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$ ، $\text{ظاهـ} = \dfrac{\text{ص}}{\text{س}}$

ملحوظة : إذا كانت س = ٠ فإن ح = ص

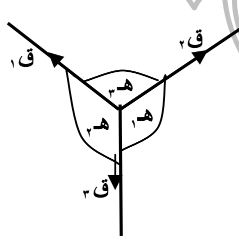
توازن القوى المستوية المتلاقية في نقطة

قاعدة مثلث القوى



$\dfrac{\text{ق}_1}{\text{أ ب}} = \dfrac{\text{ق}_2}{\text{ب جـ}} = \dfrac{\text{ق}_3}{\text{جـ أ}}$

قاعدة لامي

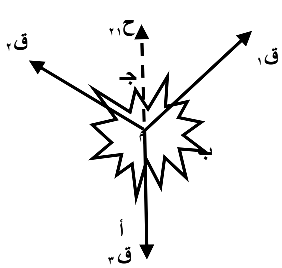


$\dfrac{\text{ق}_1}{\text{جا هـ}_1} = \dfrac{\text{ق}_2}{\text{جا هـ}_2} = \dfrac{\text{ق}_3}{\text{جا هـ}_3}$

قاعدة: تلاقي خطوط عمل القوى الثلاث المتزنة

إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية بحيث التقى خطا عمل اثنين منها في نقطة

فإن خط عمل القوة الثالثة لابد وأن يمر بهذه النقطة



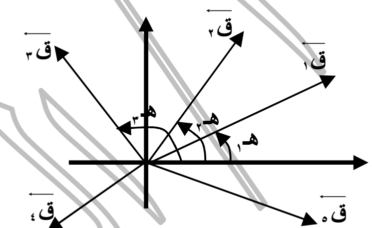
نفرض أن لدينا القوى $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_3}$ ، ..... $\overleftarrow{\text{ق}_\text{ن}}$

المتلاقية في نقطة والتي تؤثر كلها في مستوى واحد .

$\text{س} = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ق}_{\text{ر}} \text{ جتاهـ}_{\text{ر}}$

، $\text{ص} = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ق}_{\text{ر}} \text{ جاهـ}_{\text{ر}}$

حيث $\text{هـ}_{\text{ر}}$ هي الزاوية القطبية للقوة $\overrightarrow{\text{ق}}_{\text{ر}}$



وعلى ذلك $\text{ح} = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$

وإذا كانت مجموعة القوى متزنة فإن ح = صفر $\Leftarrow$ $\text{س}^2 + \text{ص}^2 = 0$ ويستلزم هذا الشرط س=٠ ، ص=٠

ملحوظة : "عدد المجاهيل ٢ فقط"

قواعد عامة لتوازن مجموعة من القوى المستوية المتلاقية في نقطة

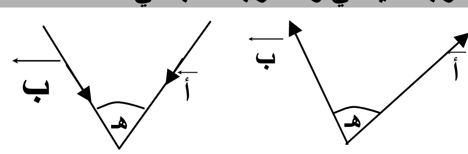
١- إذا اتزان جسم تحت تأثير قوتين فقط فإن هاتين القوتين تكونان متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه وخطا عملهما واحد

٢- إذا اتزن جسم تحت تأثير ٣ قوى مستوية بحيث التقى خطا عمل اثنين منهما في نقطة (قوتان غير متوازيتين) فإن خط عمل القوة الثالثة لابد وأن يمر بهذه النقطة

٣- إذا اتزن جسم تحت تأثير أي عدد محدود من القوى المتلاقية فإن شروط التوازن هي : - المجموع الجبري للمركبات الجبرية لهذه القوى في أي اتجاه يتلاشى

الضرب القياسي والضرب الاتجاهي

إذا كان هـ قياس الزاوية بين المتجهين $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$



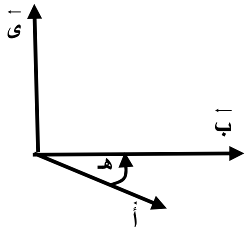
حيث $0 \le \text{هـ} \le 180^\circ$ فإن $\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}} = \text{أ ب جتا هـ}$

المسقط الجبري للمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ في اتجاه $\overrightarrow{\text{ب}}$ = $\|\overrightarrow{\text{أ}}\|$ جتاهـ

المسقط الجبري للمتجه $\overrightarrow{\text{ب}}$ في اتجاه $\overrightarrow{\text{أ}}$ = $\|\overrightarrow{\text{ب}}\|$ جتاهـ

المسقط الجبري للمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ في اتجاه $\overrightarrow{\text{ب}}$ = $\dfrac{\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{ب}}\|}$

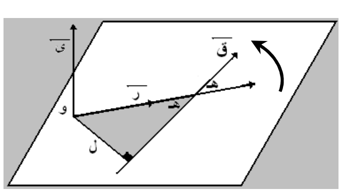
الضرب الاتجاهي لمتجهين



$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \text{أ ب جاهـ } \overrightarrow{\text{ى}}$ حيث هـ قياس الزاوية الصغرى بين المتجهين $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ى}}$ متجه العمودي على مستوى المتجهين $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ واتجاهه يتحدد حسب قاعدة اليد اليمنى وفي اتجاه الابهام

الضرب القياسي لمتجهين	الضرب الاتجاهي لمتجهين
$\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}} = \text{أ ب جتا هـ}$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \text{أ ب جا هـ } \overrightarrow{\text{ى}}$
$\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}} = \text{أ}_1\text{ب}_1 + \text{أ}_2\text{ب}_2$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = (\text{أ}_1\text{ب}_2 - \text{أ}_2\text{ب}_1)\, \overrightarrow{\text{ع}}$
$\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{ب}} \circ \overrightarrow{\text{أ}}$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = - \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{أ}}$
إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ غير صفريين ، $\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$ فإن $\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}} = 0$	إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ غير صفريين ، $\overrightarrow{\text{أ}} \parallel \overrightarrow{\text{ب}}$ فإن $\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{أ}} = \|\overrightarrow{\text{أ}}\|^2$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{\text{س}} \circ \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ص}} \circ \overrightarrow{\text{ص}} = 1$	$\overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ص}} \times \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ع}} \times \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{\text{س}} \circ \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ص}} \circ \overrightarrow{\text{س}} = 0$	$\overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ع}}$ ، $\overrightarrow{\text{ص}} \times \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{\text{س}}$ ، $\overrightarrow{\text{ع}} \times \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ص}}$
$\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} \circ \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{0} \circ \overrightarrow{0} = 0$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} \times \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{0} \times \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0}$
$(\text{م } \overrightarrow{\text{أ}}) \circ \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{أ}} \circ (\text{م } \overrightarrow{\text{ب}}) = \text{م} (\overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{ب}})$	$(\text{م } \overrightarrow{\text{أ}}) \times \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{أ}} \times (\text{م } \overrightarrow{\text{ب}}) = \text{م} (\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}})$
$(\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) \circ \overrightarrow{\text{جـ}} = \overrightarrow{\text{أ}} \circ \overrightarrow{\text{جـ}} + \overrightarrow{\text{ب}} \circ \overrightarrow{\text{جـ}}$	$(\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) \times \overrightarrow{\text{جـ}} = \overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{جـ}} + \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{جـ}}$

العزوم



$\overrightarrow{\text{ج}}_{\text{و}} = \overrightarrow{\text{ر}} \times \overrightarrow{\text{ق}}$

$\overrightarrow{\text{ج}}_{\text{و}} = \text{ر} \times \text{ق جا هـ } \overrightarrow{\text{ى}}$

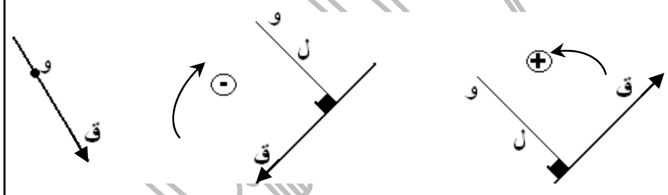
|| ج$_{و}$ || = || ر × ق || = ر × ق جا هـ

= ق ل حيث ل = ر جا هـ

، ل طول العمود الساقط من نقطة و على خط عمل القوة ق

ج$_{و}$ = ق ل ، ل = || ج$_{و}$ || / ق

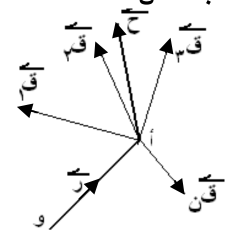
عزوم القوى المستوية



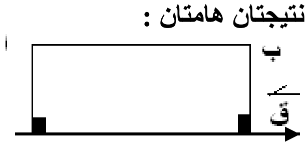
ج و = ق × ل ج و = - ق × ل ج و = صفر

نظرية العزوم

مجموع عزوم عدة قوى متلاقية في نقطة بالنسبة لأية نقطة في الفراغ يساوي عزم محصلتهم بالنسبة لنفس النقطة

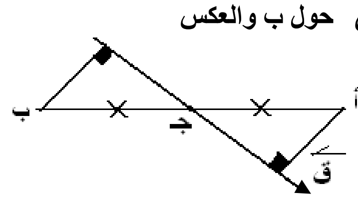


نتيجتان هامتان :



(١) إذا كان المستقيم أ ب // خط عمل القوة ق فإن عزم ق حول أ = عزم ق حول ب والعكس أي أن إذا كان عزم ق حول أ = عزم ق حول ب فإن خط عمل ق // أ ب

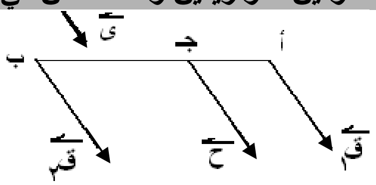
(٢) إذا كان خط عمل ق يمر بمنتصف أ ب فإن عزم ق حول أ = - عزم ق حول ب والعكس



أي أن : إذا كان عزم ق حول أ = - عزم ق حول ب فإن خط عمل ق ينصف أ ب

القوى المتوازية

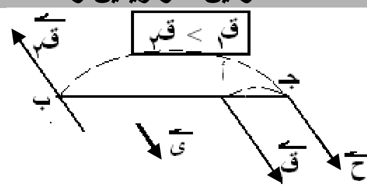
محصلة قوتين متوازيتين ومتضادتان في الاتجاه



ح = ق$_1$ + ق$_2$

ق$_1$ × أ جـ = ق$_2$ × ب جـ

محصلة قوتين متوازيتين ومتضادتان في الاتجاه



ح = ق$_1$ - ق$_2$ بفرض أن ق$_1$ > ق$_2$

ق$_1$ × أ جـ = ق$_2$ × ب جـ

توازن مجموعة من القوى المتوازية المستوية

قاعدة : اذا اتزن جسم متماسك تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتوازية فإن :

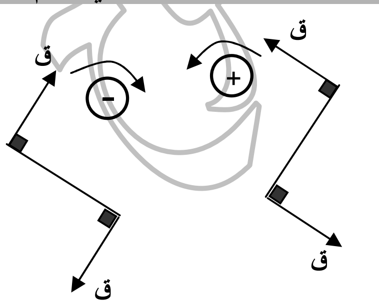
(١) مجموع القياسات الجبرية لهذه القوى (بالنسبة لمتجه وحدة يوازيها) يساوي صفرا

(٢) مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى حول أي نقطة في مستويها يساوي صفرا

الازدواجات

الازدواج :- هو مجموعة تتكون من قوتين متساويتين في المقدار ومتضادتان في الاتجاه ولايجمعهما خط عمل واحد

القياس الجبري لعزم الازدواج



ج = + ق ل ج = - ق ل

توازن ازدواجين – تكافؤ ازدواجين

إذا كان ج$_1$ ، ج$_2$ عزمي إزدواجين مستويين فيكون (١) الازدواجان متزنان إذا كان ج$_1$ + ج$_2$ = ٠

(٢) الازدواجان متكافئان إذا كان ج$_1$ = ج$_2$

حقيقة : لايتوازن ازدواج إلا مع ازدواج آخر مساو له في العزم ومضاد له في الاتجاه

قاعدة : إذا أثرت عدة قوى مستوية في جسم متماسك وأمكن تمثيلها بأضلاع مضلع مقفل مأخوذة في ترتيب دوري واحد كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجا يساوي معيار عزمه حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المضلع × م حيث م هو عدد وحدات القوة الممثلة بوحدة الأطوال

....

مسائل على محصلة قوتين متلاقيتين في نقطة

١- مصر٩٨ " دور ثان "
قوتان مقدارهما ٨ $\sqrt{٣}$ ، ٨ نيوتن تؤثران في نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٥٠° . أوجد مقدار محصلتهما وقياس الزاوية التي تصنعها مع القوة الأولى [٨ نيوتن ، ٣٠°]

....

٢- مسألة (٤) تمارين(١ –٢) ص ٢١-
قوتان مقدارهما ٢ ، ق نيوتن والزاوية بينهما قياسها ١٢٠° ، أوجد قيمة ق في كل من الحالات الآتية :
(أ) مقدار المحصلة تساوي ق
(ب) اتجاه المحصلة عمودي على القوة الثانية
(ج) اتجاه المحصلة يميل بزاوية ٤٥° على القوة الثانية
(د) المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين
[٢ ، ١ ، ٢.٧تقريبا ، ٢ نيوتن]

....

٣- مايو٩٩
قوتان مقدارهما ١ ، ٢ نيوتن تؤثران في نقطة مادية . أوجد الزاوية بين هاتين القوتين إذا كانت محصلتهما $\sqrt{٣}$ نيوتن [١٢٠°]

....

٤- مايو٩٨
قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° . إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى أوجد قيمة ق
[٨ نيوتن]

....

٥- مايو ٢٠٠٠
قوتان مقدارهما ٨ ، ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية ، قياس الزاوية بينهما ١٢٠° . إذا كان مقدار محصلتهما ق$\sqrt{٣}$ نيوتن أوجد قيمة ق [٤نيوتن]

....

٦- مايو٢٠٠٢
قوتان مقدارهما ١٦ ، ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° . إذا كانت محصلتهما تميل على القوة ١٦نيوتن بزاوية قياسها ٣٠° أوجد قيمة ق ومقدار محصلة القوتين
[٨ نيوتن ، ٨$\sqrt{٣}$ نيوتن]

....

٧- أغسطس٩٩
قوتان مقدارهما ٨ ، ١٦ ث.جم تؤثران في نقطة مادية . أوجد الزاوية بينهما إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى [١٢٠°]

....

٨- قوتان مقدارهما ٢ق ، ق ث.كجم تؤثران في نقطة مادية . إذا ضوعف مقدار القوة الأولى وزيد مقدار القوة الثانية ١٥ث.كجم لايتغير اتجاه المحصلة . أوجد ق [١٥ث.كجم]

....

٩- *السودان٩٣
أثرت ثلاث قوى مستوية ومتزنة مقاديرها ١٠ ، ٥ ، ق ث.كجم في نقطة . إذا كان قياس الزاوية بين خطي عمل القوتين الأولى والثانية ١٢٠° فعين ق
[٥$\sqrt{٣}$ ث.كجم ، ١٥٠° مع الأولى]

....

١٠- *مسألة (١) تمارين (١ –٢) ص٢١-
قوتان تؤثران في نقطة وظل الزاوية بينهما $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ ،
إذا علم أن محصلتهما عمودية على القوة الصغرى وأن مقدار المركبة الكبرى يساوي ٣٠ نيوتن . فما هو مقدار كل من المركبة الأخرى والمحصلة ؟
[١٥$\sqrt{٣}$ ، ١٥ نيوتن]

....

١١- مثال٣ محلول ص١٦-
قوتان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة كان مقدار محصلتهما يساوي$\sqrt{١٠}$ نيوتن وإذا كانت الزاوية بينهما ٦٠° كا ن مقدار محصلتهما يساوي$\sqrt{١٣}$ نيوتن . فما هو مقدار كل من القوتين [٣،١ نيوتن]

....

١٢- قوتان متساويتان في المقدار ومقدار محصلتهما ٤$\sqrt{٣}$ ث.كجم وقياس الزاوية بين اتجاه المحصلة والقوة الأولى ٣٠° فما مقدار كل من هاتين القوتين . [٤ث.كجم]

١٣- *مصر ٩٤
ثلاث قوى مستوية مقاديرها ٥ ، ١٠ ، ٤$\sqrt{٧}$ نيوتن تؤثر في نقطة . إذا كان قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية ٦٠° . أوجد القيمتين العظمى والصغرى لمحصلة القوى الثلاث [٩$\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٧}$ نيوتن]

١٤- قوتان مقدارهما ق ، ٤ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° أوجد قيمة ق التي تجعل المحصلة أصغر ما يمكن ثم أوجد قيمة المحصلة عندئذ

الحل : $ح^٢ = ق^٢ + ١٦ - ٤ق$
$ح^٢ = (ق – ٢)^٢ + ١٢$
ح أصغر ما يمكن عندما ق – ٢ = ٠ أي ق = ٢
عندئذ $ح^٢ = ١٢$ ح = ٢$\sqrt{٣}$

حل آخر : د (ق) = ق^{٢} ـ ٤ق + ١٦

د$^{/}$(ق) = ٢ق ـ ٤

د$^{//}$(ق) = ٢

د(ق) أصغر ما يمكن عندما د$^{/}$(ق) = ٠ أي

٢ق ـ ٤ = ٠ ق = ٢

د$^{//}$(ق) = ٢ > ٠ قيمة صغرى عندما ق = ٢ نيوتن

هناك حلول أخرى

....

محصلة عدة قوى متلاقية في نقطة

١٥ـ مايو ٢٠٠٢

تؤثر القوى المستوية التي مقاديرها ٢ ، ٤ ، ٦ ، $٨\sqrt{٣}$ نيوتن في نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين القوة الأولى ةالثانية ٦٠° ، بين الثانية والثالثة ٦٠° ، بين الثالثة والرابعة ٩٠° . أوجد مقدار المحصلة وقياس الزاوية التي تصنعها المحصلة مع القوة الأولى . [$٢\sqrt{٣١}$ ، ٣َ ١٧١°]

....

١٦ـ *مايو ٩٨

أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم . أخذت نقطة هـ ∈ ب جـ بحيث ب هـ = ٦سم ، أثرت القوى التي مقاديرها ١ ، ١٠ ، $٥\sqrt{٢}$ ، ٣ ث.جم في أء ، أجـ ، أهـ ، أب على الترتيب . أوجد مقدار محصلة هذه القوى . ثم اثبت أن خط عملها يمر بالنقطة هـ . [$١٤\sqrt{٢}$ ث.جم]

....

١٧ـ مصر ٩٨ دور ثان

أ ب جـ ء هـ و سداسي منتظم ، أثرت القوى $٤\sqrt{٣}$ ، ٤ ، $٢\sqrt{٣}$ ، ٢ نيوتن في الاتجاهات أب ، أجـ ، أء ، أهـ على الترتيب . أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى . [١٤نيوتن ، في أجـ]

....

١٨ـ مايو ٩٧

أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٢سم ، هـ ∈ ب جـ بحيث ب هـ = ٥سم . أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ١٣ ، $٤\sqrt{٢}$ ، ٩ ث.جم في الاتجاهات أب ، أهـ ، جـأ ، أء على الترتيب . أوجد محصلة هذه القوى [$١٠\sqrt{٢}$ ث.جم وتعمل في اتجاه أجـ]

....

توازن القوى المستوية المتلاقية في نقطة

١٩ـ مايو ٢٠٠٠

علق ثقل مقداره ٨٠ ث.جم من طرف خيط خفيف مثبت طرفه الآخر في سقف حجرة ، جذب الثقل بقوة أفقية فاتزن في وضع يميل فيه الخيط على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° . عين مقدار كل من القوة الأفقية والشد في الخيط

[$\frac{٨٠\sqrt{٣}}{٣}$ ، $\frac{١٦٠\sqrt{٣}}{٣}$]

....

٢٠ـ مصر ٩٦

جسم وزنه وزنه ١٥٠ ث.جم معلق من أحد طرفي خيط خفيف مثبت طرفه الآخر في نقطة من سقف حجرة ، أثرت على الجسم قوة عمودية على الخيط فاتزن الجسم في وضع يصنع فيه الخيط مع الرأسي زاوية قياسها ٣٠° . أوجد مقدار القوة ومقدار الشد في الخيط . [٧٥ ، $٧٥\sqrt{٣}$]

....

٢١ـ السودان ٩٣

وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° ، اتزن الجسم تحت تأثير قوة شد في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى . أوجد مقدار كل من الشد ورد فعل المستوى [٣ ، $٣\sqrt{٣}$ نيوتن]

....

٢٢ـ مثال٣ محلول صـ٣٦ـ

وضع جسم وزنه ٦ ث.كجم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° ، وحفظ توازنه بواسطة قوة . أوجد هذه القوة ورد فعل المستوى في الحالتين الآتيتين :

(١) القوة أفقية [ق = $٢\sqrt{٣}$ ، ر = $٤\sqrt{٣}$]

(٢) القوة تميل على المستوى بزاوية قياسها ٣٠° [ق = ر = $٢\sqrt{٣}$ ث.كجم]

....

٢٣ـ مصر ٩٢

علق ثقل مقداره ٤٠ ث.جم بخيطين طولاهما ٦٠سم ، ٨٠سم من نقطتين في خط أفقي واحد البعد بينهما ١٠٠سم . أوجد الشد في كل من الخيطين [٣٢ ، ٢٤ ث.جم]

....

٢٤ـ علق جسيم وزنه ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسي بزاوية قياسها هـ ويميل الآخر على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° ، فإذا كان مقدار الشد في الخيط الأول يساوي ١٠٠ ث.جم فأوجد هـ ومقدار الشد في الخيط الثاني [٦٠°، $١٠٠\sqrt{٣}$]

....

٢٥- مثال محلول صـ١٤ - "مصر ٩٤"

علق قضيب منتظم طوله متر ووزنه ٣٠ نيوتن من طرفيه بواسطة خيطين ثبت طرفاهما في نقطة واحدة في السقف فإذا كان الخيطان متعامدين وكان طول أحدهما ٦٠سم فما هو مقدار الشد في كل من الخيطين عندما يكون القضيب معلقا تعليقا مطلقا وفي حالة اتزان ؟ (اعتبر أن وزن القضيب المنتظم يؤثر في منتصفه) [٢٤ ، ١٨ نيوتن]

....

٢٦- أغسطس٩٩

كرة منتظمة ملساء وزنها ١٠٠ ث.جم وطول نصف قطرها ٣٠سم معلقة من نقطة على سطحها بأحد طرفي خيط خفيف طوله ٢٠سم ، ومثبت طرفه الآخر في نقطة من حائط رأسي أملس . أوجد في وضع التوازن كلا من الشد في الخيط ورد فعل الحائط. [١٢٥ ، ٧٥ ث.جم]

....

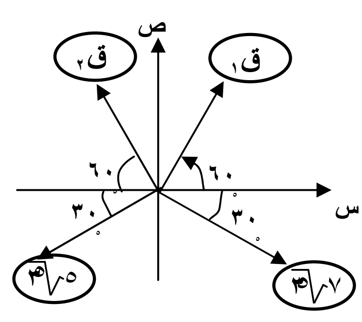
٢٧- *مايو٢٠٠٢

$\overleftarrow{أب}$ قضيب منتظم وزنه ١٨ ث.كجم (يؤثر عند منتصفه) وطوله ١٠٠سم ، يتصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي ، حفظ القضيب أفقيا في حالة اتزان في مستوى رأسي عمودي على الحائط وذلك بواسطة خيط مهمل الوزن مثبت أحد طرفيه في نقطة جـ من القضيب حيث أ جـ = ٦٠سم ومثبت الطرف الآخر للخيط في نقطة ء على الحائط وتقع رأسيا أعلى أ وعلى بعد ٦٠سم منها . أوجد مقدار الشد في الخيط ورد فعل المفصل عند أ . [$١٥\sqrt{٢}$ ، $٣\sqrt{٢٦}$ ث.كجم]

....

٢٨- أغسطس ٩٦

في الشكل الموضح مجموعة من القوى المتزنة تؤثر في نقطة و . أوجد ق١ ، ق٢ [٣ ، ٩ نيوتن]



....

الضرب القياسي والضرب الاتجاهي

٢٩- إذا كان $\overleftarrow{أ}$ = (٢ ، -٣) ، $\overleftarrow{ب}$ = (١ ، -١)

أوجد المتجه $\overleftarrow{جـ}$ حيث $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{جـ}$ = -٤ ،

$\overleftarrow{جـ} \times \overleftarrow{ب}$ = -٣ $\overleftarrow{ع}$ [$\overleftarrow{س}$ + ٢ $\overleftarrow{ص}$]

....

٣٠- إذا كان $\overleftarrow{أ}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ - ٣ $\overleftarrow{ص}$ ،

$\overleftarrow{ب}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ ، وكان $\overleftarrow{جـ}$ // $\overleftarrow{أ}$

، $\overleftarrow{جـ} \times \overleftarrow{ب}$ = ٣٤ $\overleftarrow{ع}$ فأوجد $\overleftarrow{جـ}$

[٤ $\overleftarrow{س}$ - ٦ $\overleftarrow{ص}$]

....

٣١- مصر٩١ : $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهان غير صفريين حيث $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{م}$ أوجد بدلالة $\overleftarrow{م}$

($\overleftarrow{أ}$ + ٢ $\overleftarrow{ب}$)×(٣ $\overleftarrow{أ}$ - ٢ $\overleftarrow{ب}$) [-٨ $\overleftarrow{م}$]

....

٣٢- مصر٨٩ : إذا كان $\overleftarrow{أ}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ - ٢ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = (٦ ، ٥) ، $\overleftarrow{جـ}$ = $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ فعين :

(١) || $\overleftarrow{ب}$ + (٣ $\overleftarrow{أ} \odot$ ٢ $\overleftarrow{جـ}$) $\overleftarrow{أ}$ || [٢٥]

(٢) $\overleftarrow{ب}$ ×{- $\overleftarrow{جـ}$ + $\overleftarrow{س}$ +[$\overleftarrow{ب} \odot$(-٢ $\overleftarrow{أ}$)] $\overleftarrow{جـ}$ }

[-٢٢ $\overleftarrow{ع}$]

....

٣٣- السودان٩١ : إذا كان

$\overleftarrow{أ}$ = $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = $\overleftarrow{س}$ - $\overleftarrow{ص}$ ،

$\overleftarrow{جـ}$ = $\overleftarrow{أ}$ × ($\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$) أوجد المسقط الجبري للمتجه $\overleftarrow{جـ}$ في اتجاه $\overleftarrow{ب}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجهي وحدة متعامدين [$-٢\sqrt{٢}$]

....

٣٤- مسألة(٣) كتاب المدرسة صـ٥٩ـ

يراد تحليل قوة $\overleftarrow{ق}$ إلى مركبتين $\overleftarrow{ق_١}$ ، $\overleftarrow{ق_٢}$ فإذا كانت $\overleftarrow{ق_١}$ توازى متجها معطى $\overleftarrow{ب}$ بينما $\overleftarrow{ق_٢}$ عمودية على $\overleftarrow{ب}$ اثبت أن $\overleftarrow{ق_١} = \left(\dfrac{\overleftarrow{ق} \odot \overleftarrow{ب}}{ب^٢}\right)\overleftarrow{ب}$ ثم أوجد $\overleftarrow{ق_٢}$

الحل : $\overleftarrow{ق}$ = $\overleftarrow{ق_١}$ + $\overleftarrow{ق_٢}$ .... (I)

$\overleftarrow{ق_١}$ // $\overleftarrow{ب}$ ⇐ $\overleftarrow{ق_١}$ = ك $\overleftarrow{ب}$ ....(١)

$\overleftarrow{ق_٢} \perp \overleftarrow{ب}$ ⇐ $\overleftarrow{ق_٢} \odot \overleftarrow{ب}$ = صفر ....(٢)

بضرب طرفي العلاقة (I) قياسيا في المتجه $\overleftarrow{ب}$

$\overleftarrow{ق} \odot \overleftarrow{ب}$ = $\overleftarrow{ق_١} \odot \overleftarrow{ب}$ + $\overleftarrow{ق_٢} \odot \overleftarrow{ب}$

= ك $\overleftarrow{ب} \odot \overleftarrow{ب}$

ق O ب = ك ‖ ب ‖٢ ومنها ك = (ق O ب) / ‖ب‖٢

بالتعويض في (١) ق١ = ((ق O ب) / ب٢) ب

من (I) ق٢ = ق - ق١

ق٢ = ق - ((ق O ب) / ب٢) ب

....

عـــزم قـــــوة بالنســبة لنقطـــة

٣٥- مايو٢٠٠٢

تؤثر القوة ق = ٣ س +٢ ص عند النقطة أ = (٢ ، -١) أوجد :

(١) متجه عزم ق بالنسبة للنقطة ب = (٦ ، ٢)

(٢) المركبة الجبرية للقوة ق في اتجاه أ ب

[ع ، ٣.٦]

....

٣٦- أغسطس٩٧

تؤثر القوتان ق١ = س +٢ ص عند النقطة = (٢ ، ١) ، ق٢ =٢ س - م ص عند النقطة(١، ٢) عين قيمة الثابت م بحيث ينعدم مجموع عزمي هاتين القوتين بالنسبة لنقطة الأصل [م = - ١]

٣٧- مايو٢٠٠٠

القوتان ق١ =٥ س + ص ، ق٢ = - س + ٢ ص تؤثران عند النقطة أ = (٢ ، ٥) . أوجد متجه عزم محصلة هاتين القوتين بالنسبة للنقطة ب = (١ ، ١) ، ثم أوجد طول العمود المرسوم من النقطة ب على خط عمل المحصلة .

[- ١٣ ع ، ل = ١٣/٥]

....

٣٨- دور أول ٢٠١١

تؤثر القوة ق = ل س + م ص في النقطة أ=(٢ ، - ١) والقياس الجبري لعزم هذه القوة بالنسبة للنقطة ب = (١ ، ٤) يساوي ١١ وحدة عزم ، وينعدم عزمها بالنسبة للنقطة ء = (- ١ ، ٣) أوجد مقدار ق

....

٣٩- ** مصر٩١

ق١ =١٤ س +٤ ص ، ق٢ = ل س + ٦ ص قوتان مجموع عزميهما حول النقطة أ = (٠ ، ٠) يساوي - ٤٠ ع ومجموع عزميهما حول النقطة ب = (٠ ، ٩) يساوي ١٧٦ ع . أوجد الثابت ل ، واحسب طول العمود الساقط من النقطة أ على خط عمل المحصلة [ل = ١٠ ، ٢٠/١٣]

ملحوظة : في المسألة السابقة افرض أن خط عمل المحصلة يمر بالنقطة ء = (س ، ٠) التي تقع على محور السينات

....

٤٠- *تؤثر القوة ق = ١٢ س - ٥ ص في المستقيم ٥س + ١٢ص + ٢٥ = ٠ أوجد متجه عزم هذه القوة حول النقطة أ (١ ، - ١)

[١٨ ع]

....

عـــزوم القـــوى المســـــتوية

٤١- *أغسطس٩٩

أ ب جـ ء معين طول ضلعه ١٤سم ، ق(أ) = ٦٠° ، أثرت القوى ١١ ، ٦ ، ٥√٣ ، ٧ نيوتن في ب أ ، ب جـ ، ء جـ ، أ جـ على الترتيب . أوجد المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول الرأس ب . [١٥٤ نيوتن.سم]

....

٤٢- مصر٩٢

أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٨سم ، ب جـ = ٦سم ، أثرت القوى ١٢ ، ١٠ ، ق ، ك نيوتن في أ ب ، جـ ب ، جـ ء ، أ ء على الترتيب . فإذا انعدم المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول كل من النقطتين جـ ، م حيث م مركز المستطيل فأوجد قيمة كل من ق ، ك . [ك = ٩ ، ق = ٤٠/٣]

....

٤٣- أغسطس٢٠٠٠

أ ب جـ ء هـ و شكل سداسي منتظم أثرت قوى مقاديرها ٨٠ ، ٦٠ ، ق ، ٤٠ ث.جم في أ ب ، ب جـ ، جـ ء ، هـ ء على الترتيب . فإذا انعدم المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول الرأس أ فأوجد ق [١٠ ث.جم]

....

٤٤- **مصر٩٣

أ ب جـ ء شبه منحرف قائم الزاوية عند كل من أ ، ء فيه أ ء = جـ ء = ٤٠سم ، أ ب = ٧٠سم ، م ∈ أب بحيث أم = ٤٠سم أثرت قوى مقاديرها ٢٥ ، ق ، ١٠$\sqrt{٢}$ ، ٣٥ ث.جم في جـب ، جـم ، جـأ ، جـء على الترتيب ، وكان معيار محصلة هذه القوى يساوي ٥٠ ث.جم . أوجد ق ومعيار عزم المحصلة بالنسبة لنقطة أ [١٠ث.جم ، ٤٠٠ث.جم.سم]

....

محصلة قوتين متوازيتين

٤٥- قوتان متوازيتان مقدارهما ٤٠ ، ٧٠ نيوتن تؤثران في أ ، ب على الترتيب حيث أ ب = ٥٠سم . أوجد محصلتهما إذا كانتا

(١) في اتجاه واحد [ح = ١١٠ ، على بعد $\frac{٢٠٠}{١١}$ سم من ب]

(٢) في اتجاهين متضادين [ح= ٣٠ على بعد $\frac{٢٠٠}{٣}$ سم من ب]

....

٤٦- رقم(٥)تمارين(٤-١)صـ٩٢- كتاب المدرسة

قوتان متوازيتان صغراهما ٣٠ نيوتن وتؤثر في الطرف أ من قضيب خفيف أب والكبرى تؤثر في الطرف الآخر ب فإذا كان مقدار محصلتهما ١٠ نيوتن ويبعد خط عملها عن الطرف ب بمقدار ٩٠سم . فما طول القضيب . [٣٠ سم]

....

٤٧- رقم(١٠)تمارين(٤-١)صـ٩٣ كتاب المدرسة

أ ، ب ، جـ ، ء أربع نقط على خط مستقيم واحد حيث أن أ ب = ٣٢سم ، ب جـ = ٤٠سم ، جـ ء = ٨سم . أثرت القوتان المتوازيتان ٨ ، ١٠ نيوتن في أ ، جـ ، وأثرت في ب ، ء القوتان ٧ ، ٣ نيوتن في اتجاه مضاد لاتجاه القوتين المؤثرتين في أ ، جـ . عين محصلة هذه المجموعة من القوى وبعد نقطة تقاطع خط عملها مع أء عن نقطة أ .

[عند نقطة ∈ ء أ وعلى بعد ٣٢سم من أ]

....

٤٨- مصر٩٢

قوتان متوازيتان مقطارهما ق ، ٣٦ نيوتن ومحصلتهما ٨٤ نيوتن تعمل في اتجاه مضاد للقوة الثانية وعلى بعد ٣٠سم منها . أوجد ق والبعد بين خطي عمل القوتين . [١٢٠نيوتن ، ٢١سم]

....

٤٩- مصر٩١

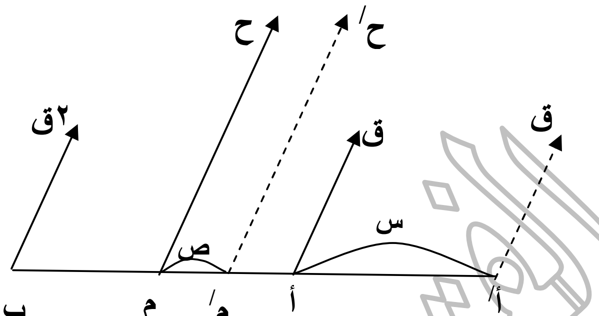
$ق_١$ ، $ق_٢$ قوتان متوازيتان ومتضادتان في الاتجاه تؤثران في النقطتين أ ، ب على الترتيب ، $ق_١ > ق_٢$ إذا كانت محصلتهما قوة معيارها ٩٠ ث.كجم وتؤثر في النقطة جـ ∈ أب حيث أ ب = ٣٦سم ، أ جـ = ١٦سم فأوجد $ق_١$ ، $ق_٢$

[١٣٠ ، ٤٠ ث.كجم]

....

٥٠- مسألة (٦) كتاب المدرسة صـ٩٢-

قوتان متوازيتان وفى اتجاه واحد مقدارهما ق ، ٢ق تؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب . فإذا تحركت القوة ق بحيث تظل موازية لنفسها مسافة قدرها س على الشعاع ب أ فاثبت أن محصلة القوتين تتحرك مسافة قدرها $\frac{١}{٣}$ س فى نفس الاتجاه



المطلوب : اثبات أن : ص = $\frac{١}{٣}$ س

الاثبات : القوتان ق ، ٢ق المؤثرتان في أ ، ب محصلتهما ح = ٣ق تؤثر في م

مجموع عزوم القوى حول ب = عزم المحصلة حول ب

ق× ب أ = ٣ق × ب م ⟸ ب أ = ٣ ب م .... (١)

بعد إزاحة القوة ق إلى نقطة أ/ تنتقل المحصلة إلى نقطة م/

مجموع عزوم القوى حول ب = عزم المحصلة حولب

ق × ب أ/ = ٣ق × ب م/ ⟸ ب أ/ = ٣ ب م/ .... (٢)

بطرح (١) من (٢) ب أ/ - ب أ= ٣(ب م/ – ب م)

س = ٣ ص ومنها ص = $\frac{١}{٣}$ س

توازن مجموعة من القوى المتوازية المستوية

٥١- مايو٢٠٠٢

أب قضيب طوله متر واحد ووزنه ٧٠٠ث.جم (يؤثر عند منتصفه) يرتكز على حامل عند طرفه ب وحفظ في حالة توازن في وضع أفقي بواسطة خيط خفيف رأسي مثبت في نقطة على القضيب تبعد عن الطرف أ بمقدار ٣٠سم ويحمل ثقلا مقداره ٣٥٠

ث.جم من نقطة تبعد ١٠سم عن أ . أوجد كلا من الشد في الخيط والضغط على الحامل . وإذا علق من أ ثقلا جعل القضيب على وشك الانفصال عن الحامل . أوجد مقدار هذا الثقل وقيمة الشد في الخيط عندئذ

[أولا : ش = ٩٥٠ث.جم، ر = ١٠٠ث.جم]

[ثانيا : مقدارالثقل = $\frac{1}{3}$ ٢٣٣ث.جم، ش = $\frac{1}{3}$ ١٢٣٨ ث.جم]

....

٥٢- أغسطس٩٩

$\overline{\text{أب}}$ قضيب طوله ١٤٠سم ووزنه ١٦نيوتن (يؤثر عند منتصفه) علق في وضع أفقي بواسطة خيطين رفيعين رأسيين من طرفيه . على أي بعد من طرفه أ يمكن تعليق ثقل مقداره ٤ ١نيوتن من احدى نقط القضيب لكي يكون مقدار الشد في الخيط عند أ ضعف مقداره عند ب . [٢٠سم من أ]

....

٥٣- أغسطس٩٦

$\overline{\text{أب}}$ مسطرة طولها ١٠٠سم ووزنها (و) نيوتن يؤثر في منتصفها . علقت في وضع أفقي بواسطة خيطين رأسيين عند طرفيها . أين يعلق ثقل مقداره (٥و) نيوتن حتى يكون مقدار الشد في أحد الخيطين ضعف مقداره في الخيط الآخر

[على بعد ٣٠سم من أى من الطرفين]

....

٥٤- مايو٢٠٠٠

$\overline{\text{أب}}$ قضيب غير منتظم طوله ٣٠سم يرتكز في وضع أفقي على حاملين عند جـ ، ء حيث أ جـ = جـ ء = ء ب . ووجد أنه إذا علق من أ ثقل قدره ٦ث.كجم فإن القضيب يصبح على وشك الدوران حول جـ ، وإذا علق من ب ثقل قدره ٩ث،كجم لأصبح القضيب على وشك الدوران حول ء . أوجد وزن القضيب وبعد نقطة تأثيره عن أ .

[١٥ث.كجم ، ١٤سم]

....

٥٥- مايو٩٦

$\overline{\text{أب}}$ ساق حديدية طولها ٩٠سم ، ووزنها ١.٢ ث.كجم يؤثر في منتصفها ، ترتكز في وضع أفقي على حاملين ، أحدهما عند الطرف أ . إذا كان مقدار الضغط على الحامل عند أ يساوي ٠.٣ث،كجم ، فبين أن الحامل الآخر يجب أن يوضع على بعد ٣٠سم من الطرف ب . ثم أوجد مقدار الثقل الذي يجب تعليقه من الطرف ب حتى تكون الساق على وشك الدوران . [٠.٦ث.كجم]

....

الازدواج

٥٦- *"السودان٩٢ - رقم(٥) تمارين(٥-١)

$\overline{\text{أب}}$ قضيب منتظم طوله ١٢٠سم ووزنه ٤ث.كجم يؤثر عند منتصفه يمكنه الدوران بسهولة في مستوى رأسي حول مسمار أفقي ثابت يمر بثقب صغير في القضيب على بعد ٢٠سم من ب . فإذا استند القضيب بطرفه أ على مستوى أفقي أملس فأوجد رد فعل كل من المستوى الأفقي والمسمار على القضيب . وإذا شد الطرف ب بقوة عمودية على القضيب وفي نفس المستوى الرأسي حتى أصبح رد فعل المستوى الأفقي مساويا وزن القضيب فأوجد هذه القوة ومقدار واتجاه رد فعل المسمار عندئذ . علما بأن القضيب يميل فيه على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° .

[١.٦ ، ٢.٤ث.كجم ، ق = ر = $\sqrt{3}$٦ ث.كجم وعموديتان على القضيب]

....

٥٧- مصر٩١

أ ب جـ صفيحة على شكل مثلث متساوي الأضلاع ارتفاعه ١٨سم ، ووزنها ١٥٠ث.جم ويؤثر عند نقطة تلاقي متوسطات المثلث ، والصفيحة مثقوبة ثقبا صغيرا بالقرب من الرأس أ ومعلقة من هذا الثقب في مسمار أفقي بحيث يكون مستواها رأسيا ، أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٩٠٠ث.جم. سم في مستويها . أوجد ميل $\overline{\text{أب}}$ على الأفقي في حالة التوازن . [٩٠° أو ٣٠°]

....

٥٨- مصر٩٣

صفيحة على شكل مربع أ ب جـ ء طول ضلعه ٨٠سم ، ووزنها ٢٥٠ث.جم يؤثر في نقطة تلاقي القطرين . علقت الصفيحة من مسمار في ثقب صغير بالقرب من الرأس أ بحيث كان مستويها رأسيا ، وأثر عليها ازدواج في مستويها فاتزنت في وضع يميل فيه $\overline{\text{أجـ}}$ على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° . عين معيار عزم الازدواج [$\sqrt{2}$٥٠٠٠]

....

٥٩- مايو٩٨

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ فيه أ ب = ٩سم ، أ جـ = ١٢سم . أثرت قوى مقاديرها ٣ ، ٥ ، ٤ نيوتن في $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{جـأ}}$ على الترتيب . اثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواجا وأوجد معيار عزمه ثم أوجد قوتين تؤثران في أ ، ب وعموديتين على $\overline{\text{أب}}$ وتكافئان المجموعة . [٣٦ ، ٤ ، ٤]

٦٠- أغسطس٩٦

أ ب جـ ء هـ و مسدس منتظم طول ضلعه ٨سم . أثرت قوى مقاديرها ٣ ، ٨ ، ٣ ، ٨ ث.كجم أ ب ، جـ ب ، ء هـ ، و هـ على الترتيب . اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجا واحسب معيار عزمه .

[٤٠√٣ ث.كجم.سم]

٦١- مايو٩٧ – مايو٢٠٠١

أ ب جـ ء متوازي أضلاع فيه أ ب = ١٢سم ، ب جـ = ٨سم ، ق (ء أ ب) = ٦٠° أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ١٠ ، ٦ ، ١٠ ث.كجم في أ ب ، جـ ب ، جـ ء ، أ ء على الترتيب اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجا وأوجد معيار عزمه . [٣٦√٣ ث.كجم.سم]

٦٢- *مايو٢٠٠٢

أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٩ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، س ، ص منتصفي ب جـ ، أ ء على الترتيب . أثرت قوى مقاديرها ٢٧ ، ٣٦ ، ٤٥ نيوتن في أ ب ، ب س ، س أ على الترتيب . اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجا وأوجد معيار عزمه ثم أوجد قوتين تؤثران في ب ص ، ء س حتى تتزن المجموعة

[||ج||=٨٢٤نيوتن.سم ، قيمة كل من القوتين = ٤٥نيوتن]

٦٣- أغسطس٩٨

أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم . أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٧ ، ٦ ، ٧ ث.جم في أ ب ، ب جـ ، جـ ء ، ء أ على الترتيب . اثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواجا وأوجد معيار عزمه ثم أوجد مقدار واتجاه قوتين تعملان عند النقطتين أ ، جـ عموديتين على أ جـ بحيث تتزن المجموعة

[٩٠وحدة عزم ، ٩ ، ٩ث.جم]

٦٤- مصر٩٥ :

أ ب جـ ء شبه منحرف قائم الزاوية في ب ، أ ء // ب جـ ، أ ب = ٩سم ، ب جـ = ٢ أ ء = ٢٤سم ، هـ منتصف ب جـ . أثرت قوى مقاديرها ٢٧ ، ٧٢ ، ٤٥ ، ٣٦ نيوتن في أ ب ، ب جـ ، جـ ء ، ء أ على الترتيب . اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجا وأوجد معيار عزمه . أوجد مقدار كل من القوتين اللتين تؤثران في هـ أ ، ء جـ حتى تتزن المجموعة . [٩٧٢ نيوتن.سم ، ١٣٥ ، ١٣٥نيوتن]

٦٥- رقم(١٤) تمارين(٥- ٢) كتاب المدرسة

أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٩سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، هـ ، و منتصفا ب جـ ، أ ء على الترتيب . أثرت قوى مقاديرها ٢٧ ، ٧٢ ، ٤٥ ، ٣٦ نيوتن في أ ب ، ب جـ ، جـ و ، و أ على الترتيب . اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجا وأوجد معيار عزمه . ثم أوجد مقدار كل من القوتين اللتين تؤثران في هـ أ ، و جـ حتى تتزن المجموعة .

[٩٧٢ نيوتن.سم ، ١٣٥ ، ١٣٥نيوتن]

حل امتحان مايو ١٩٩٧ – أغسطس ١٩٩٧