أولا : الجـــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $^{ن}ق_{٢ر} = {}^{ن}ق_{ر+٣}$ ، $٩ \; ^{ن}ق_{٩} = ١٩ \; ^{ن}ق_{٨}$ فأوجد قيمتى ن ، ر

[الإجابة : ن = ٢٧ ، ر = ٨]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

$$(١ - \frac{٢}{\omega^{٢}} + \omega)^{٢} \, (١ - \frac{٢}{\omega} + \omega)^{٢} = ٣$$

[٢] (أ) فى مفكوك $(س^{٢} + \frac{١}{س})^{١٥}$ أوجد النسبة بين الحد الخالى من س ومجموع معاملى الحدين الأوسطين .

[الإجابة : $\frac{٧}{٣٠}$]

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} س + أ & ب & جـ \\ أ & س + ب & جـ \\ أ & ب & س + جـ \end{vmatrix} = س^{٣} + (أ + ب + جـ)\, س^{٢}$$

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$$س + ص + ٢ع = ٤ \quad ، \quad ٢س - ص + ٣ع = ٣ \quad ، \quad ٣س + ٢ع = ١$$

[الإجابة : (-١ ، ١ ، ٢)]

(ب) إذا كان $ع_{١} = ١ + \sqrt{٣}\, ت$ ، $ع_{٢} = ٢ - ٢\sqrt{٣}\, ت$

فأوجد العدد $(ع_{٢} \div ع_{١})^{٤}$ فى الصورة الأسية .

[الإجابة : $١٦ \; هـ^{\frac{٤ ط}{٣} ت}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

(١) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هى ....

(٢) إذا كان حجم مكعب يساوى ٦٤ سم^{٣} فإن مساحته الكلية = ... سم^{٢}

(٣) الجسم المتولد من انتقال سطح مضلع موازيا لنفسه فى اتجاه ثابت يسمى ....

(٤) إذا تعامد مستويان ورسم فى أحدهما مستقيم عمودى على خط تقاطعهما كان هذا المستقيم ....

(ب) م أ ب حـ هرم ثلاثى فيه أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ٧.٥ سم ، أ حـ = ١٢.٥ سم ، رسم مستوى يوازى القاعدة أ ب حـ ويقطع الأحرف الجانبية $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م حـ}}$ فى النقط ء ، هـ ، و على الترتيب فإذا كان م ء : ء أ = ٢ : ٣ فاحسب أطوال أضلاع المثلث ء هـ و .

[الإجابة : ء هـ = ٤ سم ، هـ و = ٣ سم ، ء و = ٥ سم]

[٢] (أ) أثبت انه "إذا كان مستقيم عموديا على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عموديا على ذلك المستوى "

(ب) س ، ص مستويان متعامدان ، المستقيم ل ⊂ ص رسم من النقطة ب ∈ ل المستقيمان $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ عموديين على ل ويقطعان المستوى س فى حـ ، ء على الترتيب . اثبت أن $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ⊥ ص .

[٣] $\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى دائرة مركزها م . رسمت $\overline{\text{م ن}}$ عمودية على مستوى الدائرة ، ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$. أثبت أن :

(اولا) : $\overline{\text{أ ب}}$ ⊥ المستوى ء م ن .

(ثانيا) : $\overline{\text{م هـ}}$ (ارتفاع Δ ن م ء) ⊥ المستوى ن أ ب .

(ثالثا) : ق(∠ ن - $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ - م) = ٦٠°

إذا كان م ن = ٦ $\sqrt{٣}$ سم ، م ء = ٦ سم

أولا : الجـــــــبر

أجب عن سـؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان ${}^{ن}\text{ل}_{ر} = ١٢٠ \times {}^{ن}\text{ق}_{ر}$ فأوجد قيمة ${}^{١٢}\text{ق}_{٢ر}$ ثم اوجد اقل قيمة للعدد ن والتى تجعل هذه العلاقة صحيحة . [الإجابة : ٦٦ ، ٥]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، ω² هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

$$(٢ + ٧\omega + ٢\omega^{٢}) (٢ + ٧\omega^{٢} + ٢\omega^{٤}) = ٢٥$$

[٢] (أ) أوجد الحد المشتمل على $س^{٤}$ فى مفكوك $\left(س^{٢} - \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٢}$ حسب قوى س التنازلية . ثم أوجد النسبة بين معامل هذا الحد والحد الأوسط [الإجابة: ع٦ ، $\frac{-٦}{٧}$]

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & ب & جـ \\ ب & ١+ب^{٢} & ب\,جـ \\ جـ & ب\,جـ & ١+جـ^{٢} \end{vmatrix} = ١$$

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$س + ص + ع = ٢$ ، $٣س + ص + ٢ع = ٦$ ،

$٢س - ص - ع = ١$ [الإجابة : (١ ، -١ ، ٢)]

(ب) ضع كلا من الأعداد : $ع_{١} = -٢ + ٢ت$ ، $ع_{٢} = -١ - \sqrt{٣}\,ت$ ، $ع_{٣} = \sqrt{٣} - ت$ فى الصورة الأسية ثم أوجد العدد $\left(\frac{ع_{١}\,ع_{٢}}{ع_{٣}}\right)^{٢}$

[الإجابة : $٨\,هـ^{\frac{ط ت}{٢}}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

(١) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيما فى المستوى فإنه ....

(٢) إذا كانت أبعاد متوازى المستطيلات هى ٣ ، ٤ ، ١٢ سم فإن طول قطره يساوى ....

(٣) الهرم القائم هو هرم قاعدته سطح مضلع منتظم مركزه موقع العمود .....

(٤) إذا رسم مستقيم مائل على مستوى وكان مسقطه على المستوى عموديا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل ....

(ب) أ ب حـ ء هرم ثلاثى فيه س ∈ $\overline{\text{أب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أحـ}}$ ، ع ∈ $\overline{\text{أء}}$ حيث $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ يقطع $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ فى هـ ، $\overleftrightarrow{\text{ص ع}}$ يقطع $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ فى و .
أثبت أن الشكل س هـ و ص شبه منحرف .

[٢] (أ) أثبت أنه : " إذا كان مستقيم عمودياً على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستوى " .

(ب) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ والمستقيم $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ سطح المثلث أ ب حـ فإذا كان أ ء = ٢ سم ، أ حـ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم ، أ ب = ٤ سم . أوجد قياس الزاوية الزوجية التى حدها المشترك $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ثم أثبت أن المستويين ء أ ب ، أ ب حـ متعامدان .

[٣] أ ب حـ أ′ ب′ حـ′ منشور ثلاثى قائم قاعدته مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم ، فإذا كان أ أ′ = ١٢ $\sqrt{٣}$ سم . اوجد :

<u>أولا</u> : قياس زاوية ميل $\overline{\text{أ′ حـ}}$ على المستوى أ ب حـ . [الإجابة : ٦٠°]

<u>ثانيا</u> : ق(∠ أ - $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ - أ′) [الإجابة : ٦″ ٢٦′ ٦٣°]

أولا : الجـــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $^{ن}ق_{ر} = {}^{ن}ق_{ر+٥}$ ، $^{ن}ق_{ر} = ٢ \times {}^{ن}ق_{ر-١}$

فأوجد قيمة $\underline{|٣ر - ن}$ [الإجابة ن = ١٧ ، ر = ٦ ، الناتج = ١]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

$$\frac{\omega}{٦ + ٥\omega + ٤\omega^{٢}} - \frac{٤}{١ + ٣\omega + ٥\omega^{٢}} = ١$$

[٢] (أ) إذا كانت النسبة بين الحد السادس فى مفكوك $(٢س + أ)^{٩}$ ، الحد الثامن فى مفكوك $(أس^{٢} + ٢)^{٩}$ حسب قوى س التنازلية هى ٧ : ٥٤ فما قيمة أ ؟

[الإجابة : أ = $\frac{٢}{٣}$]

(ب) بدون فك المحددات اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ب + جـ & جـ + أ & أ + ب \\ ل + م & م + ك & ك + ل \\ ص + ب & ع + س & س + ص \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} أ & ب & جـ \\ ك & ل & م \\ س & ص & ع \end{vmatrix}$$

[٣] (أ) أوجد قيم م التى تجعل للمعادلات الآتية حلا وحيدا ثم اوجد حل هذه المعادلات عندما م = ٣ باستخدام طريقة كرامر :

$$م س + ص = ٣ \quad ، \quad ٢س + (م - ١) ص = ٤$$

[الإجابة : م ∈ ع − {٢ ، -١} ، س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٢}$]

(ب) إذا كان $ع_{١} = \sqrt{٣} + ت$ ، $ع_{٢} = جتا \frac{ط}{٤} + ت جا \frac{ط}{٤}$ ،

$ع_{٣} = جتا \frac{ط}{٦} + ت جا \frac{ط}{٦}$ فأوجد قيمة $\frac{ع_{١}^{٥} \times ع_{٢}^{٣}}{ع_{٣}^{٤}}$

[الإجابة : $١٦\sqrt{٣}\,(١ + ت)$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

(١) يتوازى المستقيمان ل١ ، ل٢ إذا وفقط إذا كان ١ - .... ٢- ....

(٢) إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستقيمين مستويين معا وغير متوازيين فإنه ....

(٣) إذا كان طول قطر مكعب ٥ $\sqrt{٣}$ فإن مساحته ....

(٤) المستقيم ل يكون عموديا على المستوى س إذا كان ....

(ب) م س ص ع هرم ثلاثى فيه م س $\perp$ المستوى س ص ع ، ص ك $\perp$ س ع ، ك $\in$ س ع ، ص ن $\perp$ م ع ، ن $\in$ م ع . أثبت أن :

أولا : ص ك $\perp$ المستوى م س ع

ثانيا : ن ك $\perp$ م ع .

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عمودياً على مستقيم فى المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عموديا على هذا المستقيم " .

(ب) أ ، ب نقطتان فى جهتين مختلفتين من مستو س وكان أ ب يقطع المستوى س فى ء ، رسم أ ح ليقطع المستوى س فى ح ، ب هـ ليقطع المستوى س فى هـ بحيث أ ح // ب هـ . أثبت أن النقط ح ، ء ، هـ تنتمى لمستقيم واحد .

[٣] (أ) أ ب ح ء مربع طول ضلعه ١٢ سم تقاطع قطراه فى ن ، رسم ن م $\perp$ المستوى أ ب ح ء وكان م ن = ٦ سم ، هـ منتصف أ ب .

أولا : أثبت أن المستوى م أ ح $\perp$ المستوى أ ب ح ء .

ثانيا : أثبت أن أ ب $\perp$ المستوى م ن هـ .

ثالثا : أوجد قياس ($\angle$ م - أ ب - ء) [الإجابة : ٤٥°]

أولا : الجــــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتي :

[١] (أ) إذا كان $^{ن}ل_{ر} = ٢١٠$ ، $^{ن}ق_{ر} = ١٠٥$ فأوجد قيمة $\underline{|ن - ٧ر}$

[الإجابة : ١]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

فأثبت أن : $\dfrac{٥ + ٢\omega}{٢ + ٣\omega} + \dfrac{٥ + ٢\omega^{٢}}{٢ + ٣\omega^{٢}} = \dfrac{١٣}{٧}$

[٢] (أ) أثبت أنه لا يوجد حد خالٍ من س في مفكوك $\left(س^{٢} - \dfrac{١}{س}\right)^{١٤}$ ، ثم أوجد النسبة بين الحدين السابع والسادس في هذا المفكوك عندما س = - ١ .

[الإجابة : $\frac{٣}{٢}$]

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & أ & ب\,جـ \\ ١ & ب & جـ\,أ \\ ١ & جـ & أ\,ب \end{vmatrix} = (أ - ب)(ب - جـ)(جـ - أ)$$

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س + ص + ع = ٦ ، س + ص = ٣ ، ٢ص + ع = ٥

[الإجابة : (٢ ، ١ ، ٣)]

(ب) إذا كان العدد $ع = \dfrac{-١ + \sqrt{٣}\,ت}{٢}$ حيث $ت^{٢} = -١$ ، وكان $ع_{١} = \dfrac{١ - ع}{١ + ع}$

فأوجد العدد $ع_{١}$ في الصورة المثلثية ، ثم أوجد الجذرين التربيعيين للعدد $ع_{١}$ في الصورة الأسية .

[الإجابة : $\sqrt{٣}\left(جتا \frac{٣ط}{٢} + ت\,جا \frac{٣ط}{٢}\right)$ ، $\sqrt[٤]{٣}\,هـ^{\frac{٣ط}{٤}ت}$ ، $\sqrt[٤]{٣}\,هـ^{\frac{٧ط}{٤}ت}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتي :

[١] (أ) **أكمل ما يأتي :**

١) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هي ....

٢) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عموديا على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل ....

٣) إذا تعامد مستويان فكل مستقيم في أحدهما عمودي على خط التقاطع يكون ....

٤) إذا كان طول حرف مكعب يساوى ٥ سم فإن طول قطره = ... ومساحته يساوى ....

(ب) م أ ب حـ ء هرم رباعي فيه أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{م أ}}$ ⊥ المستوى أ ب حـ ء . وكان أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم ، م أ = ١٢ سم فاحسب قياس الزاوية بين $\overleftrightarrow{\text{م و}}$ والمستوى أ ب حـ ء حيث و مركز المستطيل .

[الإجابة : ٦٧° ٢٣َ]

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازى جميع المستقيمات التى تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التى تحتوى ذلك المستقيم "

(ب) م س ص ع هرم ثلاثى رسم المستوى ن // المستوى س ص ع ويقطع $\overline{\text{م س}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ، $\overline{\text{م ع}}$ فى النقط ء ، هـ ، و . أثبت أن Δ ء هـ و ~ Δ س ص ع ، وإذا كانت ء ∈ $\overline{\text{م س}}$ بحيث $\frac{\text{م ء}}{\text{ء س}} = \frac{3}{5}$ ، وكانت مساحة سطح Δ ء هـ و يساوى ١٨ سم^2 فاحسب مساحة Δ س ص ع .

[٣] م س ص ع هرم ثلاثى قاعدته Δ س ص ع متساوى الساقين وقائم الزاوية فى ص ، $\overline{\text{م س}}$ ⊥ المستوى س ص ع .

أولا : أوجد قياس الزاوية الزوجية ص - $\overleftrightarrow{\text{س م}}$ - ع   [الإجابة : ٤٥°]

ثانيا : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{س هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{م ص}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{م ص}}$ ، فاثبت أن :

$\overleftrightarrow{\text{س هـ}}$ ⊥ المستوى م ص ع .

أولا : الجــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $^{ن}ل_{ر+1} : {^{ن}ل_{ر}} = 6 : 1$ ، $^{ن}ق_{ر+1} : {^{ن}ق_{ر}} = 3 : 2$
فأوجد قيمتى ن ، ر [الإجابة : ٩ ، ٣]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، ω^2 هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

اثبت أن $(1 + 2\omega^5 + \frac{1}{\omega^2})(1 + 2\omega + \frac{1}{\omega^4}) = 1$

[٢] (أ) فى مفكوك $(س^2 + \frac{1}{س})^9$ حسب قوى س التنازلية .

أولا : أوجد الحد الخالى من س . [الإجابة : $ع_7 = 84$]

ثانيا : إذا كان النسبة بين الحد الخالى من س و الحد السادس $\frac{2}{3}$ فأوجد قيمة س . [الإجابة : س = ١]

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} 1 & ب جـ & جـ أ + أ ب \\ 1 & جـ أ & أ ب + ب جـ \\ 1 & أ ب & ب جـ + جـ أ \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

٢س - ص + ع = ٣ ، ٣س + ص - ع = ٢ ،
س - ٢ص + ع = ٠ [الإجابة : (١ ، ٢ ، ٣)]

(ب) ضع كلا من العددين : $ع_1 = -1 - \sqrt{3}$ ت ، $ع_2 = 2 - 2\sqrt{3}$ ت

على الصورة الأسية ثم أوجد : $\frac{ع_2}{ع_1}$ ، $\sqrt{ع_2}$ فى الصورة المثلثية .

[الإجابة : ٢ هـ $^{ط ت}$ ، ٢ (جتا $\frac{5ط}{6}$ + ت جا $\frac{5ط}{6}$) ، ٢ (جتا $\frac{11ط}{6}$ + ت جا $\frac{11ط}{6}$)]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتي :

[١] (أ) **أكمل ما يأتي :**

(١) إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازي ....

(٢) إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه ....

(٣) إذا كانت أبعاد متوازي مستطيلات هي ٤ ، ٣ ، ١٢ سم فإن طول قطره = ...

(٤) إذا اشترك مستويان في ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة فإنهما ....

(ب) أ ب حـ ء هرم ثلاثى منتظم ، $\overline{\text{أ ن}}$ متوسط فى الوجه أ ب حـ . اوجد قياس الزاوية أ ن ء وبعد النقطة أ عن المستوى ب حـ ء .

[٢] (أ) أثبت أنه : " إذا كان مستقيم عمودياً على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستوى " .

(ب) أ ب حـ ، ء ب حـ مثلثان فى مستويين مختلفين فإذا كانت س ، ص ، ع ، ل منتصفات $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ء حـ}}$ ، $\overline{\text{ء ب}}$ على الترتيب . اثبت أن :

أولا : $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // المستوى ء ب حـ

ثانيا : الشكل س ص ع ل متوازى أضلاع .

[٣] أ ب حـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ء = ٢٠ سم ، أ ب = ب حـ = حـ ء = ١٠ سم ، رسم المثلث م أ ء المتساوى الأضلاع بحيث كان مستواه عموديا على المستوى أ ب حـ ء ، كما رسمت $\overline{\text{م س}}$ عمودية على $\overline{\text{أ ء}}$ حيث س ∈ $\overline{\text{أ ء}}$. أوجد :

أولا : طول $\overline{\text{م ب}}$ [الإجابة : ٢٠ سم]

ثانيا : ظل الزاوية (∠ م - $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ - ء) [الإجابة : ٢]