تمارين علي محاضرة (٥)

I – أثبت باستخدام التعريف أن :

$(i)\ \lim\limits_{x\to -1^+} \frac{1}{x^2-1} = -\infty$

$(ii)\ \lim\limits_{x\to -1^+} \frac{1}{x+1} = +\infty$

$(iii)\ \lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x} = 0$

$(iv)\ \lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{x^2+3x-4} = 0$

$(v)\ \lim\limits_{x\to \infty} \frac{4}{x^2+1} = 0$

$(vi)\ \lim\limits_{x\to \infty} \frac{x}{x+1} = 1$

$(vii)\ \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{x+3} = 1$

$(viii)\ \lim\limits_{x\to 1} \frac{1}{|x-1|} = +\infty$

II – احسب النهايات الآتية

$1-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin \alpha x^3}{\sin \beta x^3}$

$2-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

$3-\ \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}\right)$

$4-\ \lim\limits_{x\to \pi} \frac{\pi - x}{\sin x}$

$5-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

$6-\ \lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

$7-\ \lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$

$8-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$

$9-\ \lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1}$

$10-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan^2 kx+\sin^2 mx}{x^2}$

$11-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{(1+x)^5-(1+5x)}{x^2+x^5}$

$12-\ \lim\limits_{x\to \pi} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}$

$13-\ \lim\limits_{x\to 5} \frac{\sin(x^2-25)}{x-5}$

$14-\ \lim\limits_{x\to \pi/2} \left(\frac{\pi}{2}-x\right) \tan x$

$15-\ \lim\limits_{x\to 8} \frac{\sqrt{2x+9}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$

$16-\ \lim\limits_{x\to \infty} x^2\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)$

$17-\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-\cos x^4}}{1-\cos x^2}$

$18-\ \lim\limits_{x\to a} \frac{\sin x^2 - \sin a^2}{x-a}$

$19-\ \lim\limits_{x\to 1} \frac{x+x^2+\dots+x^n-n}{x-1}$

$20-\ \lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x}-2}$

$$21-\ \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x-3}} \qquad 22-\lim_{x\to\infty}\frac{x\sin x-\cos^2 x}{x^2+x}$$

$$23-\ \lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}\ ;\quad a\neq 0$$

III – إذا كانت $f(x)=\begin{cases} x-1 & ;x\le 3 \\ 3x^2-\dfrac{\sin\pi x}{x} & ;x>3\end{cases}$ ، فاحسب $\lim_{x\to 3} f(x)$ إن وجدت ؟

IV – إذا كانت $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{|x|}-3\dfrac{\sin x}{x} & ;x>0 \\ \dfrac{x-1}{|x-1|}+7x^2-1 & ;x<0\end{cases}$ ، احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ إن وجدت ؟

V – إذا كانت $f(x)=[x]$. احسب $\lim_{x\to a} f(x)$ لأي عدد $a\in\mathbb{R}-\mathbb{Z}$ إن وجدت ؟

VI– إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+2}}{x+1}; & x>-1 \\ \dfrac{x^2-1}{x^2-x-2} & ;\ x<-1\end{cases}$$

فاثبت أن $\lim_{x\to -1} f(x)$ غير موجودة .

VII– أحسب (إن وجدت) كلاً من النهايات $\lim_{x\to a^-} f(x)$, $\lim_{x\to a} f(x)$, $\lim_{x\to a^+} f(x)$ عند النقطة a

المعطاة لكل من:

i) $f(x)=\begin{cases} 0 & ;\ x\le 0 \\ \sin x & ;\ x>0\end{cases}$, $a=0$

ii) $f(x)=\begin{cases} 1 & ;\ x\le 0 \\ \dfrac{1}{x^2+1} & ;\ x>0\end{cases}$, $a=0$

iii) $f(x)=\begin{cases} x & ;\ x<0 \\ 2x-x^2 & ;\ x>0\end{cases}$, $a=0\ ,\ 1$

iv) $f(x)=\begin{cases} x-1 & ;\ x<2 \\ \dfrac{x^2}{x-2} & ;\ x>2\end{cases}$, $a=0\ ,\ 2$.

$VIII$– أوجد النهايات التالية(إن وجدت) : (حيث $[x]$ تعبر عن دالة الصحيح)

i) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{a+x}-\sqrt{x})$, ii) $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x}{\sqrt{x-1}}$, iii) $\lim\limits_{x\to 3^+}\left[\left|1+x\right|\right]$,

iv) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left[\left|x-2\right|\right]+\left|x\right|}{x}$, v) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+2}}{4x+3}$, vi) $\lim\limits_{x\to -1^-}\left(\dfrac{\left|x\right|}{x}\right)^3$,

vii) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{4-\sqrt{16+h}}{h}$, viii) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax-\sin bx}{x}$,

ix) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\sin x-\cos^2 x}{x^2}$

==

==

==