١) التكملة

١) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هي إحدى الزوايا التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم مرسوم من نقطة عليه موازيا الآخر

٢) يتوازى المستقيمان ل١ ، ل٢ إذا وفقط إذا كان ١- يجمعهما مستو واحد ٢ - ل١ ∩ ل٢ = Φ

٣) إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازي جميع المستقيمات التي تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التي تحتوي ذلك المستقيم

٤) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيما في المستوى فإنه يوازي ذلك المستوى

٥) إذا قطع مستوى مستويين متوازيين فخطا تقاطعه معهما يكونان متوازيين

٦) إذا وازى مستقيم كلا من مستويين متقاطعين فإنه يوازي خط تقاطعهما

٧) إذا قطعت عدة مستويات متوازية بمستقيمين فإن أطوال القطع المستقيمة المحصورة بينها تكون متناسبة

٨) إذا تقاطع مستقيمان في مستو وكانا موازيين لمستقيمين متقاطعين في مستو آخر كان مستوى المستقيمين الأولين موازيا لمستوى المستقيمين الأخيرين

٩) إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستقيمين مستويين معا وغير متوازيين فإنه فإنه يكون عموديا على مستويهما

١٠) المستقيمان العموديان على مستو واحد متوازيان

١١) إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عموديا على الآخر

١٢) الزاوية بين قطعة مستقيمة ومستو هي الزاوية بين القطعة المستقيمة ومسقطها على المستوى

١٣) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عموديا على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عموديا على هذا المستقيم

١٤) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوى عموديا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عموديا على ذلك المستقيم

١٥) الزاوية المستوية لزاوية زوجية هي الزاوية التي تنشأ عن تقاطع الزاوية الزوجية مع أي مستو عموديا على حافتها

١٦) قياس الزاوية الزوجية هو قياس أي من زاوياها المستوية

١٧) الهرم القائم هو هرم قاعدته سطح مضلع منتظم مركزه هو موقع العمود النازل من رأس الهرم عليها

١٨) إذا كان مستقيم عموديا على مستو فكل مستو يحوي هذا المستقيم يكون عموديا على ذلك المستوى

١٩) إذا تعامد مستويان فكل مستقيم في أحدهما عمودي على خط التقاطع يكون عموديا على المستوى الآخر

٢٠) إذا كان كل من مستويين متقاطعين عموديا على مستو ثالث كان

٢١) إذا كان طول قطر مكعب $AE$ ٥ $= \sqrt{3}$ فإن مساحته ١٥٠ سم$^{٢}$

٢٢) إذا كان طول حرف مكعب = ٥ سم فإن طول قطره = ٥$\sqrt{3}$ ومساحته = ١٥٠سم$^{٢}$

٢٣) إذا كانت أبعاد متوازي مستطيلات هي ٤سم ، ٣سم ، ١٢ سم فإن طول قطره = ١٣سم

٢٤) إذا اشترك مستويان في ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة فإنهما ينطبقان

٢٥) قطرمتوازي السطوح هو قطعة مستقيمة تصل بين رأسيين غير واقعين في وجه واحد

٢٦) أ ب جـ $\bar{أ}\bar{ب}\bar{جـ}$ منشور ثلاثي .

خط تقاطع المستوى أ ب $\bar{جـ}$ مع المستوى $\bar{أ}\bar{ب}\bar{جـ}$ هو المستقيم $\overleftrightarrow{أ'جـ'}$

٢٧) المستقيمان يكونان متخالفان إذا لم يجمعهما مستو واحد

٢٨) المستقيم ل يكون عموديا على المستوى س إذا كان عموديا على جميع المستقيمات في المستوى س

---

٢)الأجوبة

| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| × | × | √ | √ | × | √ | √ | × | × | × |

---

٣) الأجوبة

| أ | ب | جـ | ء | هـ |
|---|---|---|---|---|
| √ | × | × | × | √ |

---

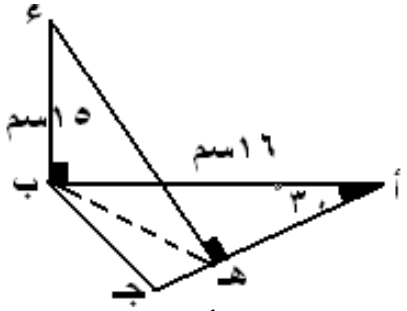
٤) متروك للطالب

٥) $\overleftrightarrow{ء ب}$ ⊥ المستوى أ ب جـ

$\overline{ء هـ}$ مائل مسقطه $\overline{ب هـ}$

المائل $\overline{ء هـ} \perp \overline{أ جـ} \subset$ المستوى أ ب جـ

المسقط $\overline{ب هـ} \perp \overline{أ جـ}$




في $\Delta$ ب هـ أ القائم الزاوية في هـ

$\overline{ب هـ}$ مقابل للزاوية ٣٠°

ب هـ $= \frac{1}{2}$ طول الوتر $\overline{أ ب}$ = ٨ سم

في $\Delta$ ء ب هـ القائم الزاوية في ب

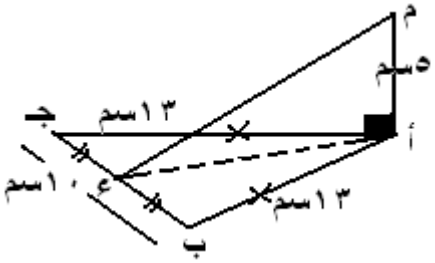
(ء هـ)$^{٢}$ = (ء ب)$^{٢}$ + (ب هـ)$^{٢}$

= ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩

ء هـ = ١٧ سم

---

٦) في $\Delta$ أ ب جـ المتساوي الساقين




ⓗ ء منتصف $\overline{ب جـ}$

∴ $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$

(أ ء)$^{٢}$ = (أ ب)$^{٢}$ – (ب ء)$^{٢}$

= ١٦٩ – ٢٥ = ١٤٤

أ ء = ١٢ سم

ⓗ $\overline{م أ} \perp$ المستوى أ ب جـ

∴ $\overline{م ء}$ مائل مسقطه $\overline{أ ء}$

(Θ) أ ء ⊥ ب جـ ⊃ المستوى أ ب جـ

∴ المائل م ء ⊥ ب جـ

ثانيا : الزاوية المستوية للزاوية الزوجية م - ب جـ - أ هي أ ء م

ظا أ ء م = $\frac{5}{12}$

ق(م - ب جـ - أ) = ٢٢° ٣٧′

ثالثا : في Δ م أ ء

(م ء)$^{٢}$ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

م ء = ١٣ سم

مساحة(Δ م ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ب جـ × م ء

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ١٣ = ٦٥ سم$^{٢}$

رابعا : (Θ) ⊥ ب جـ كل من م ء ، أ ء

∴ ب جـ ⊥ المستوى م أ ء

(Θ) ب جـ ⊃ المستوى م ب جـ

∴ المستويان م أ ء ، م ب جـ متعامدان

خامسا : ب جـ ⊥ المستوى م أ ء

، ب جـ ⊃ المستوى أ ب جـ

∴ المستويان م أ ء ، أ ب جـ متعامدان

---

٧) في Δ ب جـ ء المتساوي الأضلاع

هـ منتصف جـ ء

ب هـ ⊥ جـ ء

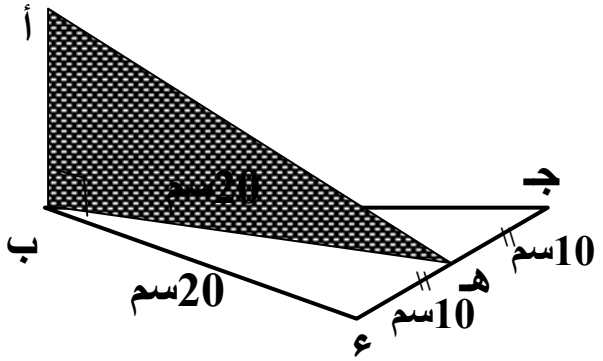
ب هـ = ١٠ $\sqrt{3}$ سم من نظرية فيثاغورس

أ ب ⊥ المستوى ب جـ ء

أ هـ مائل مسقطه ب هـ

ب هـ ⊥ جـ ء ⊃ المستوى ب جـ ء

أ هـ ⊥ جـ ء




أ هـ ب هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية أ - جـ ء - ب

ظا أ هـ ب = $\frac{3\sqrt{10}}{3\sqrt{10}}$ = ١

ق( أ هـ ب) = ٤٥°

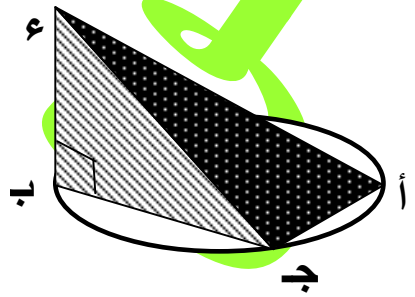
ق( أ - جـ ء - ب) = ٤٥°

---

٨) (Θ) ء ب ⊥ مستوى الدائرة أ ب جـ

، ء ب ⊃ المستوى ء ب جـ

∴ المستويان ء ب جـ ، أ ب جـ متعامدان




ثانيا : (Θ) أ ب قطر في الدائرة

∴ ق( أ جـ ب) = ٩٠°

∴ أ جـ ⊥ ب جـ

(Θ) ء ب ⊥ مستوى الدائرة

∴ ء جـ مائل مسقطه ب جـ

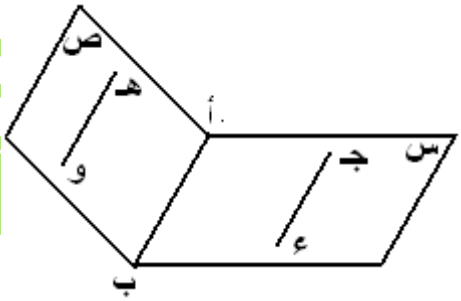
(Θ) ب جـ ⊥ أ جـ اثباتا ..... (١)

∴ ء جـ ⊥ أ جـ ..... (٢)

من (١) ، (٢) أ جـ ⊥ المستوى ء ب جـ
أ جـ ⊃ المستوى أ ء جـ
المستوى أ ء جـ ⊥ المستوى ء ب جـ

---

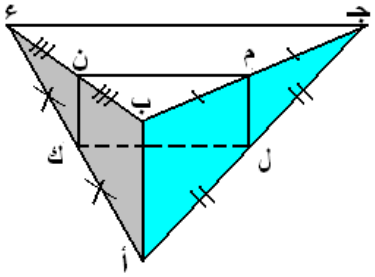
٩)




جـ ء // المستوى ص ، المستوى س يحوي جـ ء ويقطع المستوى ص في أ ب
جـ ء // أ ب ..... (١)
بالمثل هـ و // أ ب ..... (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن جـ ء // هـ و

---

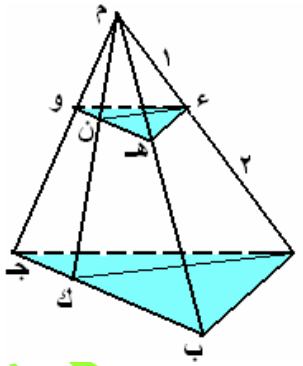
١٠) في Δ جـ أ ب
ل ، م منتصفي الضلعين جـ أ ، جـ ب
ل م // أ ب ، ل م = $\frac{1}{2}$ أ ب ..... (١)




بالمثل
ك ن // أ ب ، ك ن = $\frac{1}{2}$ أ ب .... (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن الشكل ل م ن ك متوازي أضلاع وهو المطلوب ثالثا
∴ ل م // ك ن وهو المطلوب أولا
Θ أ ب // ل م ، ل م ⊃ المستوى ل م ن ك
∴ أ ب // المستوى ل م ن ك

---

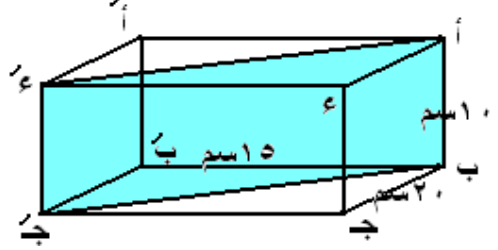
١١) $\frac{\text{م ء}}{\text{م أ}} = \frac{\text{م هـ}}{\text{م ب}}$
∴ ء هـ // أ ب ..... (١)
بالمثل هـ و // ب جـ ..... (٢)




من (١) ، (٢) ينتج أن
المستوى ء هـ و // المستوى أ ب جـ
Θ المستوى م أ ك يقطع المستويين المتوازيين ء هـ و ، أ ب جـ في ء ن ، أ ك ⇐ ء ن // أ ك
Δ م ء ن ~ Δ م أ ك
$\frac{\text{ء ن}}{\text{أ ك}} = \frac{\text{م ء}}{\text{م أ}}$ ⇐ $\frac{\text{ء ن}}{\text{أ ك}} = \frac{١}{٣}$
أ ك = ٣ ء ن

---

١٢) من خواص متوازي المستطيلات
أ ب // ء / جـ / ويساويه في الطول
الشكل أ ب جـ / ء / متوازي أضلاع ... (١)



$\overline{أ ب} \perp$ المستوى ب جـ جـ/ ب/

$\overline{أ ب} \perp \overline{ب جـ/}$ ..... (٢)

من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ/ ء/ متوازي أضلاع فيه $\hat{أ ب جـ/}$ قائمة

∴ أ ب جـ/ ء/ مستطيل

في المثلث ب جـ جـ/ القائم الزاوية في جـ

$(ب جـ/)^2 = (ب جـ)^2 + (جـ جـ/)^2$

$= ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥$

$ب جـ/ = \sqrt{625} = ٢٥$ سم

مساحة المستطيل أ ب جـ/ ء/ = ب جـ/ × أ ب

$= ٢٥ \times ١٠ = ٢٥٠$ سم$^2$

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين أ ب جـ/ ء/ ، أ ب جـ ء هي $\hat{جـ ب جـ/}$

ظا $(\hat{جـ ب جـ/}) = \frac{١٥}{٢٠} = ٠,٧٥$

ق $(\hat{جـ ب جـ/}) = ٣٦^\circ ٥٢'$

---

١٣) ⊖ م أ $\perp$ المستوى أ ب جـ ء

∴ $\overline{م ن}$ مائل مسقطه $\overline{أ ن}$

⊖ $\overline{م ن} \perp \overline{ب ء}$ معطى

∴ $\overline{أ ن} \perp \overline{ب ء}$

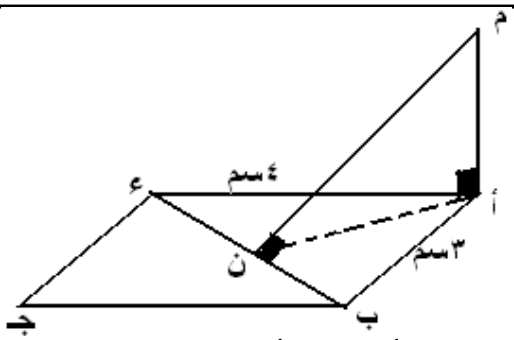
الشكل أ ب جـ ء مستطيل زواياه قوائم

في $\Delta$ ب أ ء القائم الزاوية في أ

$(ب ء)^2 = (ب أ)^2 + (أ ء)^2$

$= ٩ + ١٦ = ٢٥$

ب ء = ٥ سم




أ ن $= \frac{أ ب \times أ ء}{ب ء} = \frac{٣ \times ٤}{٥} = ٢,٤$سم

الزاوية $\hat{أ ن م}$ هي الزاوية الزوجية م – $\overline{ب ء}$ – أ

ظا $\hat{أ ن م} = \frac{م أ}{أ ن} = \frac{٤}{٢,٤} = \frac{٥}{٣}$

ظا$(م - \overrightarrow{ب ء} - أ) = \frac{٥}{٣}$

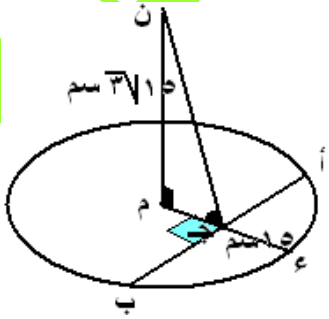
---

١٤) $\overline{م ن} \perp$ مستوى الدائرة م

⊖ $\overline{ن جـ}$ مائل مسقطه $\overline{م جـ}$

∴ $\overline{م جـ} \perp \overline{أ ب}$ معطى

∴ المائل $\overline{ن جـ} \perp \overline{أ ب}$




نق = ٣٠سم $\Leftarrow$ م ء = ٣٠سم

م جـ = ٣٠ – ١٥ = ١٥سم

الزاوية $\hat{ن جـ م}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية ن – $\overline{أ ب}$ – م

ظا $\hat{ن جـ م} = \frac{15\sqrt{3}}{15} = \sqrt{3}$

∴ ق(∠ ن جـ م) = ٦٠°

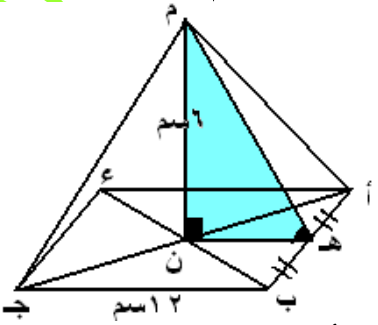
∴ ق(∠ ن – أ ب – م) = ٦٠°

---

١٥) ⊖ م ن ⊥ المستوى أ ب جـ ء

، م ن ⊃ المستوى م أ جـ

المستوى م أ جـ ⊥ المستوى أ ب جـ ء




⊖ أ ب جـ ء مربع

قطراه متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر ⇐ ن أ = ن ب

في Δ ن أ ب المتساوي الساقين

⊖ هـ منتصف أ ب

∴ ن هـ ⊥ أ ب

⊖ م ن ⊥ المستوى أ ب جـ ء

م هـ مائل مسقطه ن هـ ،

⊖ ن هـ ⊥ أ ب اثباتا ..... (١)

∴ م هـ ⊥ أ ب ..... (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن

∴ أ ب ⊥ كل من م هـ ، ن هـ

∴ أ ب ⊥ مستويهما م ن هـ

∠ م هـ ن هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية ( م – أ ب – ء )

ن هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = ٦سم

ظا م هـ ن = $\frac{6}{6}$ = ١

∴ ق ( ∠ م هـ ن ) = ٤٥°

∴ ق(∠ م – أ ب – ء ) = ٤٥°

---

١٦) أ أ̄ // ب ب̄ ، ب ب̄ ⊥ ب جـ

أ أ̄ ⊥ ب جـ ..... (١)

لكن أ أ̄ ⊥ ب ء معطى ..... (٢)

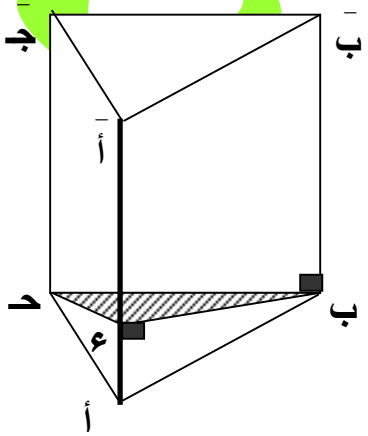
من(١)،(٢) أ أ̄ ⊥ المستوى ء ب جـ

أ ب مائل على المستوى ء ب جـ ومسقطها ب ء

∠ أ ب ء هي زاوية ميل أ ب على المستوى ء ب جـ

جتا ∠ أ ب ء = $\frac{\text{ب ء}}{\text{أ ب}}$ = $\frac{٣}{٥}$

ق(∠ أ ب ء) = ٥٣° ٧′ ٤٨″




عند الطباعة : يعطى أمر طباعة صفحتين في ورقة واحدة

أسألكم الدعاء