أولاً : الجــــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتي :

(١) (أ) إذا كان ${}^{ن+٢}ل_{ر} : {}^{ن+٢}ق_{ر} = ٢ : ١$ ، ${}^{ن}ق_{ر+١} : {}^{ن}ق_{ر} = ٥ : ٣$
فأوجد ${}^{٢ن}ق_{ن-ر}$. [الإجابة : ن = ٧ ، ٢٠٠٢]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، ω² هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

اثبت أن $\dfrac{٢ + ω}{٢ω - ω^٢} + \dfrac{٢ + ω^٢}{٢ω^٢ - ω} = \dfrac{٣}{٧}$

---

[٢] (أ) فى مفكوك $(س - ١)^{ن}$ وجد أن معاملات ثلاثة حدود متتالية هى :
١٠٥ ، -٤٥٥ ، ١٣٦٥ على الترتيب . فأوجد قيمة ن ، وأوجد رتب هذه الحدود . [الإجابة : ن = ١٥ ، ع٣ ، ع٤ ، ع٥]

(ب) بدون فك المحدد أثبت أن :

إذا كان (س - ١) أحد عوامل المحدد $\begin{vmatrix} س - ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & س + ١ \\ -١ & ١ & س + ك \end{vmatrix}$

أوجد قيمة ك [الإجابة ك = -١]

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س + ٢ص + ٣ع = ٦ ، ٣س + ص - ع = ٣ ،
س + ٢ص + ع = ٤ [الإجابة : (١ ، ١ ، ١)]

(ب) أوجد المقياس والسعة للعدد $ع = \dfrac{١ + ω}{(١ - ت)^٢} + \dfrac{١ - ω}{(١ + ت)^٢}$

حيث $ω = -\dfrac{١}{٢} + \dfrac{\sqrt{٣}}{٢}ت$ ، ثم أوجد الجذرين التربيعيين للعدد ع فى الصورة المثلثية .

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

(١) إذا وازى مستقيم كلا من مستويين متقاطعين فإنه ....

(٢) المستقيمان العموديان على مستو واحد ....

(٣) الهرم القائم هو هرم قاعدته ....

(٤) إذا كان مستقيم عموديا على مستو فكل مستو يحوي هذا المستقيم ......

(ب) أ ب حـ ء أ/ ب/ حـ/ ء/ مكعب طول ضلعه ل .

أولا : أوجد قياس الزاوية بين القطر $\overline{ء/ ب}$ والوجه ء/ ء حـ حـ/ .

ثانيا . اثبت أن : $\overline{ء/ ب} \perp \overline{أ حـ}$.

---

[٢] (أ) أثبت أنه : " إذا كان مستقيم عمودياً على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستوى " .

(ب) س ، ص مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{أ ب}$ رسم $\overleftrightarrow{جـ ء}$ في المستوى س بحيث كان $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // ص ، ورسم $\overleftrightarrow{هـ و}$ في المستوى ص بحيث $\overleftrightarrow{هـ و}$ // س اثبت أن $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overleftrightarrow{هـ و}$.

---

[٣] أ ب حـ ء مربع م نقطة تقاطع قطراه م ، نقطة هـ لا تنتمى لمستوى المربع بحيث هـ م = م ب وكان المثلث هـ أ ب متساوى الأضلاع .

أولا : أثبت ان $\overline{هـ م} \perp \overline{م ب}$

ثانيا : برهن أن المستوى هـ أ حـ عمودى على مستوى المربع أ ب حـ ء .

ثالثا : أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين أ ب هـ ، أ ب حـ .

[الإجابة : ٤٤/ ٥٤°]

أولا : الجبـــــر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتي :

[١] (أ) إذا كان $^{ن+٢}ل_٣ = ٧٢٠$ ، $^{ن}ق_٢ = ٣$ فأوجد $^{ن}ق_{م-ن}$

[الإجابة : ٣٥]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، $ω^٢$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

$س^٢ + (١ + ٢ω + ω^٢)(١ + ω + ٢ω^٢) =$ صفر [الإجابة : ± ت]

---

[٢] (أ) فى مفكوك $(س^٢ + \frac{١}{س})^{٣ن}$ أثبت أن الحد الخالى من س يساوى معامل الحد الذى يحتوى على $س^{٣ن}$ ، وإذا كانت ن = ٦ فأوجد النسبة بين الحد الخالى من س إلى معامل الحد الأوسط . [الإجابة : ٢١ : ٥٥]

(ب) أوجد قيمة ك بحيث تكون س عاملا للمحدد

$$\begin{vmatrix} س+١ & ٣ & ١ \\ ك & ٢ & ٣ \\ س & ٢ & ١ \end{vmatrix}$$

[الإجابة : ك = ٤]

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

٣ص + ٢س + ع = ١١ ، ٣س - ص = ١ ،
٢ع + ٢س = ٨

[الإجابة : (١ ، ٢ ، ٣)]

(ب) إذا كان $ع = \frac{-٤}{١ - \sqrt{٣}\,ت}$ حيث $ت^٢ = -١$. اكتب العدد ع فى الصورة الأسية ثم أثبت أن : $ع^٦ = ٦٤$.

[الإجابة : $٢ هـ^{\frac{٤ ت ط}{٣}}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) أكمــل ما يأتى :

(١) إذا قطعت عدة مستويات متوازية بمستقيمين فإن ....

(١) إذا تقاطع مستقيمان في مستو وكانا موازيين لمستقيمين متقاطعين في مستو آخر كان ....

(٢) الزاوية بين قطعة مستقيمة ومستو هي الزاوية بين القطعة المستقيمة و ....

(٣) الزاوية المستوية لزاوية زوجية هي الزاوية ....

(ب) م أ ب حـ ء هرم رباعى فيه أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{م أ}$ ⊥ المستوى أ ب حـ ء .

أولا : ما نوع كل من المثلثين م ب حـ ، م ء حـ ؟

ثانيا : إذا كان أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم ، م أ = ١٢ سم فاحسب قياس الزاوية بين $\overleftrightarrow{م و}$ والمستوى أ ب حـ ء حيث و مركز المستطيل .

---

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازى جميع المستقيمات التى تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التى تحتوى ذلك المستقيم "

(ب) جـ ب أ ، ء أ ب مثلثان في مستويين مختلفين . إذا كان ل ، م ، ك ، ن منتصفات $\overline{جـ أ}$ ، $\overline{جـ ب}$ ، $\overline{ء أ}$ ، $\overline{ء ب}$ على الترتيب اثبت أن :

(١) $\overleftrightarrow{ل م}$ // $\overleftrightarrow{ك ن}$

(٢) $\overleftrightarrow{أ ب}$ // المستوى ل م ن ك

(٣) الشكل ل م ن ك متوازي أضلاع

---

[٣] (أ) م أ ب حـ هرم ثلاثى رأسه م ، قاعدته المثلث المتساوى الأضلاع أ ب حـ الذى طول ضلعه ١٢ سم ، ق(∠ م أ ب) = ق(∠ م أ حـ) = ٩٠° ، م أ = ٦ سم ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

أولا : اثبت أن $\overline{ب حـ}$ ⊥ المستوى م أ ء .

ثانيا : أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين م ب حـ ، أ ب حـ

ثالثا : أثبت أن المستويين م أ ء ، م ب حـ متعامدان .

أولا : الجـــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتي :

[١] (أ) إذا كان $^{ن}\text{ق}_{ر^2+2ر} = {}^{ن}\text{ق}_{5-2ر}$ ، $^{ن}\text{ق}_{2} = ١٥$ فأوجد $^{ن}\text{ق}_{2ر+3}$.

[الإجابة : ٦]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، ω^2 هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

$$\left(\frac{\text{س} + \omega^4 \text{ص}}{\omega^2 \text{س} + \text{ص}} - \frac{\text{س} + \omega^2 \text{ص}}{\omega \text{س} + \text{ص}} \right)^4 = 9$$

---

[٢] (أ) إذا كانت قيمة الحد الخالي من س في مفكوك $\left(\text{س}^2 + \frac{1}{\text{س}}\right)^{15}$

يساوى قيمة الحد الخالي من س في مفكوك $\left(\text{س}^{\text{م}} + \frac{1}{\text{س}^2}\right)^{15}$

فاثبت أن م لها قيمتان وأوجدهما . [الإجابة : م = ١ ، أ ٤]

(ب) إذا كانت ω أحد الجذور التكعيبية للواحد الصحيح اثبت أن

$$\begin{vmatrix} 1 & \text{ت} & \omega^2 \\ \omega \text{ت} & -\omega & 0 \\ \omega^2 \text{ت} & -\omega^2 & \omega \end{vmatrix} = 0$$

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$3\text{س} + \text{ص} - 2\text{ع} = -3$ ، $2\text{س} + 7\text{ص} + 3\text{ع} = 9$ ،

$4\text{س} - 3\text{ص} - \text{ع} = 7$ [الإجابة : (٢ ، -١ ، ٤)]

(ب) ضع العدد $\text{ع}_1 = -1 + \sqrt{3}\,\text{ت}$ حيث $\text{ت}^2 = -1$ على الصورة الأسية ،

وإذا كان $\text{ع}_1 \text{ع}_2 = 8\,\text{هـ}^{\frac{11\,\text{ط}\,\text{ت}}{3}}$ فأوجد الجذرين التربيعيين للعدد ع_2

في الصورة المثلثية .

[الإجابة : $\sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{3\text{ط}}{2} + \text{ت جا}\frac{3\text{ط}}{2}\right)$ ، $\sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{5\text{ط}}{2} + \text{ت جا}\frac{5\text{ط}}{2}\right)$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) أكمل ما يأتى :

(١) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيما فى المستوى فإنه ....

(٢) المستقيم العمودى على كل من مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون ....

(٣) الزاوية بين قطعة مستقيمة ومستوى هى الزاوية بين القطعة المستقيمة ....

(٤) إذا كانت مساحة سطح مكعب ٩٦ سم^2 فإن طول قطره يساوى ....

(ب) م أ ب حـ هرم ثلاثى فيه $\overline{\text{م أ}}$ عمودى على المستوى أ ب حـ ،
أ ب = أ حـ = ١٣ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، م أ = ٥ سم نصف $\overline{\text{ب حـ}}$ فى ء .

أولا : أحسب طول $\overline{\text{أ ء}}$.

ثانيا : أثبت أن $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ثم اوجد الزاوية بين $\overleftrightarrow{\text{م ء}}$ والمستوى أ ب حـ .

---

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوى عمودياً على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عموديا على ذلك المستقيم "

(ب) أ ، ب ، حـ ، ء أربع نقط ليست فى مستوى واحد ، رسم المستوى س قاطعا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ فى س ، ص ، ع على الترتيب بحيث كان :
$\frac{\text{أ س}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{أ ص}}{\text{أ حـ}} = \frac{\text{أ ع}}{\text{أ ء}} = \frac{1}{4}$. برهن أن المستوى س // المستوى ب حـ ء ،
وإذا كان ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ١٦ سم ، ب ء = ٢٠ سم فأوجد مساحة سطح المثلث س ص ع .

---

[٣] م أ ب حـ هرم ثلاثى فيه أ ب = أ حـ ، م ب = م حـ ، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$.
أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ⊥ المستوى م أ ء ، وإذا رسم $\overleftrightarrow{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ فاثبت أن $\overleftrightarrow{\text{م هـ}}$ ⊥ على المستوى أ ب حـ ، وإذا كان م هـ = $2\sqrt{2}$ سم ، م ء = ٤ سم فأوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين م ب حـ ، أ ب حـ .
[الإجابة : ٤٥°]

أولا : الجـــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) أثبت أن : $\frac{{}^{ن}ق_{ر-١}}{{}^{ن+١}ق_{ر}} = \frac{ر}{ن+١}$ ثم أوجد قيمة $ن$ التى تحقق المعادلة :

$${}^{٣ن+١}ق_{ن} = \frac{١٦}{٥} \times {}^{٣ن}ق_{ن-١}$$

[الإجابة : ٥]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

$\frac{٢}{٣}$ ت هو أحد الجذرين التربيعيين للمقدار $\frac{١ - ٣\omega - ٣\omega^{٢}}{١ + ١٠\omega + ١٠\omega^{٢}}$

---

[٢] (أ) فى مفكوك $(٤س^{٢} + \frac{١}{٢س})^{١٥}$. أوجد :

أولا : معامل $س^{٩}$ ثانيا : قيمة الحد الخالى من س

ثالثا : قيمة س التى تجعل الحدين الأوسطين فى المفكوك متساويين .

[الإجابة : ${}^{١٥}ق_{٧}(٢)^{٩}$ ، ٣٠٠٣ ، $\frac{١}{٢}$]

(ب) بدون فك المحدد أوجد مجموعة حل المعادلة $\begin{vmatrix} ١ & ٧ & ٤ \\ ٠ & ١ & س \\ ١ & س^{٢} - ٢ & ٤ \end{vmatrix} = \text{صفر}$

[الإجابة : {٠ ، ٣ ، -٣}]

---

[٣] (أ) فى مجموعة المعادلات الآتية استخدم طريقة كرامر لإيجاد قيم س ، ص ، ع

$\frac{٢}{س} + \frac{١}{ص} - \frac{١}{ع} = ٦$ ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} + \frac{١}{ع} = ٦$ ،

$\frac{١}{س} - \frac{١}{ص} + \frac{٢}{ع} = ١$ [الإجابة : س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{١}{٣}$ ، ع = ١]

(ب) إذا كان $ع_١ = \frac{٦ + ٤ت}{١ + ت}$ ، $ع_٢ = \frac{٦٢}{٥ - ت}$ ، $ت^٢ = -١$ فبين أن $ع_١$ ، $ع_٢$ مترافقان ثم أوجد فى الصورة الأسية الجذور التكعيبية للعدد $٤(ع_١ - ع_٢)$

[الإجابة : $٢ هـ^{\frac{ط ت}{٢}}$ ، $٢ هـ^{\frac{٧ ط ت}{٦}}$ ، $٢ هـ^{\frac{١١ ط ت}{٣}}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمـــل ما يأتى :**

(١) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيما فى المستوى فإنه ....

(٢) إذا كان كل من مستويين متقاطعين عموديا على مستوى ثالث كان خط تقاطع هذين المستويين ....

(٣) الزاوية المستوية لزاوية زوجية هى الزاوية الناشئة من ....

(٤) إذا كان طول قطر مكعب $٥\sqrt{٣}$ سم فإن مساحة سطحه تساوى ....

(ب) م أ ب حـ ء هرم رباعى قاعدته أ ب حـ ء متوازى الأضلاع حيث :
$\overline{م أ} \perp$ أ ب حـ ء ، م ب = م ء .
أولا : أثبت أن الشكل أ ب حـ ء معين .
ثانيا : إذا كان م أ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ فأوجد قياس الزاوية بين $\overleftrightarrow{أ حـ}$ والمستوى م ب ء

---

[٢] (أ) أثبت أنه : " إذا كان مستقيم عمودياً على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستوى " .

(ب) س ، ص مستويان متوازيان قطعهما المستقيم أ ء فى النقطتين ب ، حـ بحيث أ ب : ب حـ : حـ ء = ١ : ٢ : ٣ ، رسم من أ مستقيم قطع المستويين س ، ص فى هـ ، و على الترتيب ورسم من ء مستقيم آخر قطعهما فى ن ، م على الترتيب . أثبت أن : حـ و × ب ن = ٥ ب هـ × حـ م .

---

[٣] و أ ب حـ هرم ثلاثى فيه $\overline{و حـ} \perp$ كل من $\overline{و أ}$ ، $\overline{و ب}$ ، وقياس الزاوية الزوجية التى حرفها $\overleftrightarrow{و حـ}$ تساوى ١٢٠° . فإذا كان و أ = و ب = ١٢ سم ، و حـ = ٦ سم . أوجـــد :

أولا : أطوال أضلاع المثلث أ ب حـ . [الإجابة: $١٢\sqrt{٣}$ ، $٦\sqrt{٥}$ ، $٦\sqrt{٥}$]

ثانيا : قياس الزاوية الزوجية التى حرفها $\overleftrightarrow{أ ب}$. [الإجابة : ٤٥°]