إجابة إمتحان التفاضل والتكامل للثانوية العامة
الدور الأول من العام الدراسى
2017

مع تمنياتى بالتوفيق والنجاح

الأستاذ أحمد محمد العوانى
معلم أول الرياضيات بطنطا
01110910645

لأى استفسار تفضلوا بزيارة صفحة عجائب وغرائب الرياضيات
على الفيسبوك أو من خلال الكود المقابل

https://www.facebook.com/Mr.Ahmed.Elawany/

إجابة إمتحان التفاضل والتكامل

للثانوية العامة 2017

TOLIP
ROYAL HOTELS
ALEXANDRIA
WHEN EXCELLENCE MEETS ELEGANCE

س١/ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين

(أ) أوجد $\int \frac{\text{س}}{\text{س}+1}\,\text{ء}\text{س}$ (ب) أوجد $\int \text{س}^2 \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}\,\text{ء}\text{س}$

(الحل)

(أ) $\int \frac{\text{س}}{\text{س}+1}\,\text{ء}\text{س} = \int \frac{\text{س}+1-1}{\text{س}+1}\,\text{ء}\text{س} = \int \frac{\text{س}+1}{\text{س}+1} - \frac{1}{\text{س}+1}\,\text{ء}\text{س}$

$= \int 1 - \frac{1}{\text{س}+1}\,\text{ء}\text{س} = \boxed{\text{س} - \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}+1| + \text{ث}}$ #

(ب) $\int \text{س}^2 \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}\,\text{ء}\text{س}$

$\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}$	س^2
تفاضل	تكامل
$\frac{1}{\text{س}}$	$\frac{1}{3}\text{س}^3$

$= \frac{1}{3}\text{س}^3 \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} - \int \frac{1}{3}\text{س}^2\,\text{ء}\text{س}$

$= \boxed{\frac{1}{3}\text{س}^3 \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} - \frac{1}{9}\text{س}^3 + \text{ث}}$ #

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

س٢/ أوجد معادلة العمودي للمنحنى ص = ٣ هـ^س عند نقطة واقعة عليه وإحداثيها السيني يساوي -١

(الحل) عند س = -١ ص = 3هـ^{-1} ∴ نقطة التماس $(-1 ، \frac{3}{\text{هـ}})$

$\frac{\text{ء}\text{ص}}{\text{ء}\text{س}} = 3\text{هـ}^{\text{س}} \Leftarrow \text{م} = 3\text{هـ}^{-1} = \frac{3}{\text{هـ}}$

معادلة العمودي $\frac{\text{ص}-\text{ص}_1}{\text{س}-\text{س}_1} = \frac{-1}{\text{م}} \Leftarrow \frac{\text{ص} - \frac{3}{\text{هـ}}}{\text{س}+1} = -\frac{\text{هـ}}{3}$

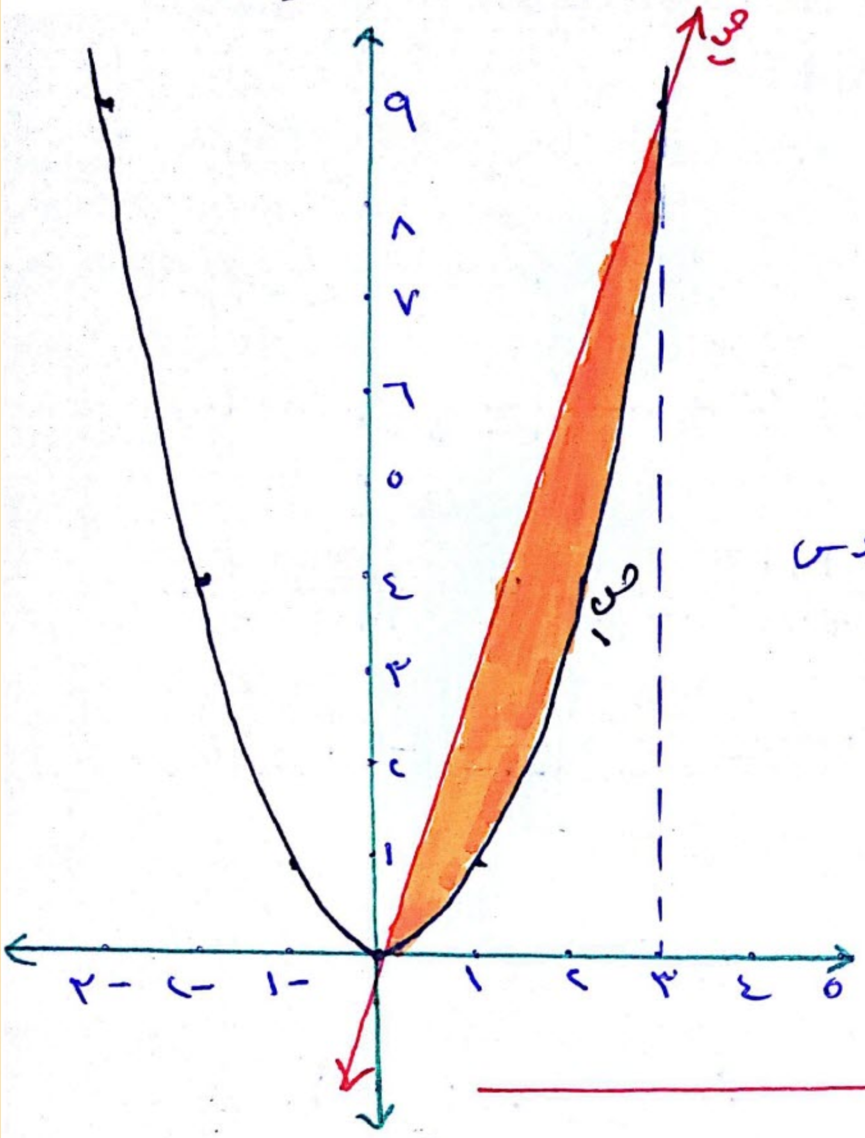
$3\text{ص} - \frac{9}{\text{هـ}} = -\text{هـ}\text{س} - \text{هـ} \Leftarrow \text{هـ}\text{س} + 3\text{ص} + \text{هـ} - \frac{9}{\text{هـ}} = \text{صفر}$

بالضرب × هـ ∴ معادلة العمودي

$\boxed{\text{هـ}^2\text{س} + 3\text{هـ}\text{ص} + \text{هـ}^2 - 9 = \text{صفر}}$ #

WAVES OF THE HARMONY
BAALBAK
A REAL TASTE OF FRESH BAKERY BARLEY
JAZZ BAR
La Cucina
ELEMENTS THE QUINTESSENCE OF FLAVORS
ISKANDARANI RESTAURANT
Meetings Made Memorable
P.O. Box 252, Moustafa Kamel,Corniche Road Roshdy, Alexandria - Egypt
Tel: +2 03 5455456, Fax: +2 03 5455457
info@tolipalexandria.com, www.tolipalexandria.com

س٣ / أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين
$ص_١ = س^٢$ ، $ص_٢ = ٣س$ حول محور السينات دورة كاملة



الحل) نوجد نقط تقاطع المنحنى ١ والمستقيم ٢

$س^٢ = ٣س \Leftarrow س^٢ - ٣س = صفر$

$س(س - ٣) = صفر \Leftarrow س = ٠ ، س = ٣$

بالتعويض في معادلة المنحنى نقط التقاطع

$(٠ ، ٠) ، (٣ ، ٩)$

حجم الجسم الدوراني المطلوب $= \pi \int_{٠}^{٣} (ص_٢^٢ - ص_١^٢)\, ءس$

$= \pi \int_{٠}^{٣} (٩س^٢ - س^٤)\, ءس$

$= \pi \left[٣س^٣ - \frac{١}{٥} س^٥ \right]_{٠}^{٣}$

$= \pi \times (٣ \times ٢٧ - \frac{١}{٥} \times ٣^٥) = \boxed{\frac{١٦٢}{٥} \pi}$ وحدة مكعبة

س٤ / إذا كانت $س = \frac{ظ + ١}{ظ - ١}$ ، $ص = \frac{ظ - ١}{ظ + ١}$ أوجد $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ عندما ظ = صفر

الحل) عند ظ = صفر $س = \frac{١}{-١} = -١$ ، $ص = \frac{-١}{١} = -١$

بضرب المعادلتين $س ص = \frac{\cancel{ظ + ١}}{\cancel{ظ - ١}} \times \frac{\cancel{ظ - ١}}{\cancel{ظ + ١}} = ١ \Leftarrow س ص = ١$

$ص = \frac{١}{س} \Leftarrow ص = س^{-١}$

$\frac{ءص}{ءس} = -س^{-٢} \Leftarrow \frac{ء^٢ص}{ءس^٢} = ٢س^{-٣}$

عند $س = -١ \Leftarrow \frac{ء^٢ص}{ءس^٢} = \frac{٢}{(-١)^٣} = \boxed{-٢}$ #

أَحْمَدُ العَوَانِي
معلم أول الرياضيات بطنطا

س٥ / $\int$ ظتاس ءس $= \int \frac{جتاس}{جاس}\, ءس$

بوضع د(س) = جاس ، د'(س) = جتاس

البسط مشتقة المقام $= \boxed{لوهـ |جاس| + ث}$ (أ)

س٦ / إذا كانت للدالة $د(س) = س + \frac{أ}{س}$ نقطة حرجة عند س = ٢ فإن قيمة الثابت أ = ...

الحل) $د'(س) = ١ - \frac{أ}{س^٢}$ ، $د'(٢) = ١ - \frac{أ}{٤} = صفر \Leftarrow ١ = \frac{أ}{٤} \Leftarrow \boxed{أ = ٤}$ (أ)

س٧ / ميل المماس للمنحنى س ص^{٢} = ٣ عند النقطة (٣ ، ١) يساوي ...

الحل) بالاشتقاق بالنسبة إلى س

س × ٢ ص $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ + ص^{٢} × ١ = صفر عند (٣ ، ١)

٣ × ٢ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ + ١ = صفر ⟸ $\boxed{\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\frac{١}{٦}}$ (جـ)

س٨ / إذا كانت ص = ظتا $\frac{\pi}{٦}$ ع ، ع = ٣ $\sqrt{\text{س}}$

فإن $\left(\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right)_{\text{س}=١}$ تساوي ....

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

الحل)

$\frac{\text{دص}}{\text{دع}} = -\frac{\pi}{٦}$ قتا^{٢} $\frac{\pi}{٦}$ ع ، $\frac{\text{دع}}{\text{دس}} = ٣ \times \frac{١}{٢\sqrt{\text{س}}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = -\frac{\pi}{\cancel{٦}_{٢}}$ قتا^{٢} $\frac{\pi}{٦}$ ع $\times \frac{\cancel{٣}^{١}}{٢\sqrt{\text{س}}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\frac{\pi}{٤\sqrt{\text{س}}}$ × قتا^{٢} $\frac{\pi}{٦}$ ع   عند س = ١ ، ع = ٣

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\frac{\pi}{٤ \times ١}$ × قتا^{٢} $\frac{\pi}{٦}$ × ٣ = $-\frac{\pi}{٤}$ × قتا^{٢} $\frac{\pi}{٢}$ = $\boxed{-\frac{\pi}{٤}}$ (أ)

س٩ / إذا كانت د(س) = أ هـ$^{\text{س}}$ فإن دَ(-٢) تساوي ...

الحل) دَ(س) = أ هـ$^{\text{س}}$ ⟸ دَ(س) = د(س) ⟸ $\boxed{\text{دَ}(-٢) = \text{د}(-٢)}$ (د)

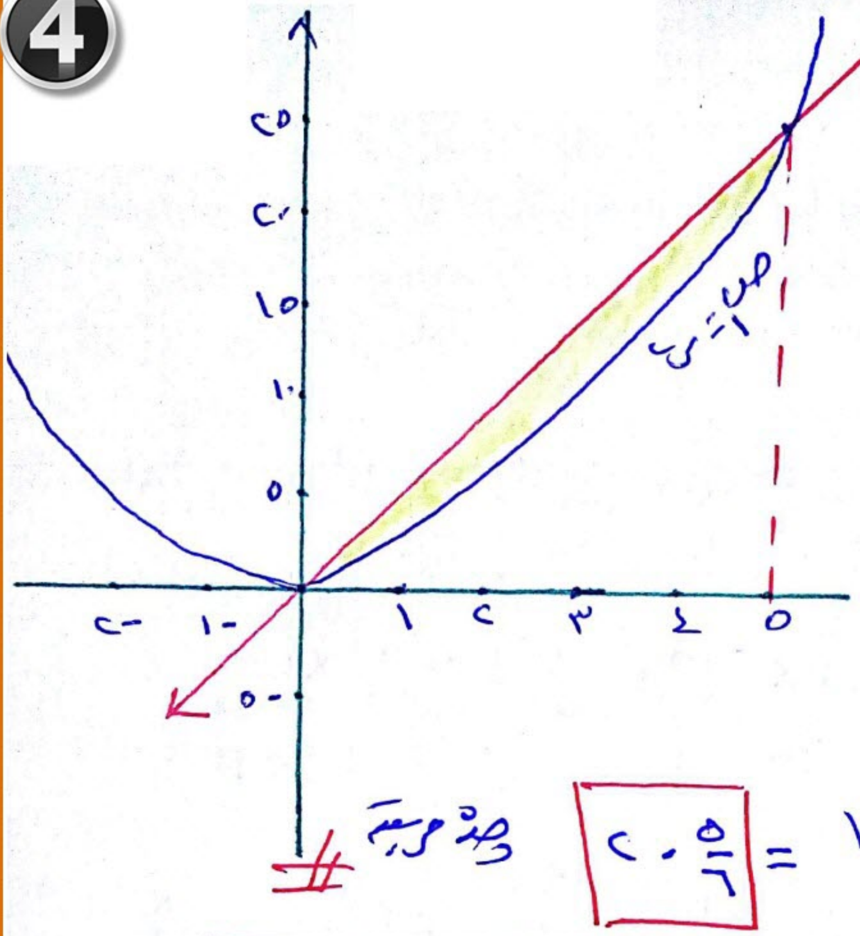
س١٠ / أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين

ص = س^{٢} ← (١) ، ص = ٥ س ← (٢)

الحل) نوجد نقطة التقاطع بحل المعادلتين معاً   س^{٢} = ٥ س

س (س - ٥) = صفر ⟸ س = ٠ ، أو س = ٥

ص = ٠ ، أو ص = ٢٥



∴ نقط التقاطع (٠،٠) ، (٥،٢٥)

الرسم نفس شكل $س^٣$ تقريباً

مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين

$$= \int_{0}^{5} (ص_٢ - ص_١)\, ءس$$

$$= \int_{0}^{5} (٥س - س^٢)\, ءس$$

$$= \left[\frac{5}{2} س^٢ - \frac{1}{3} س^٣\right]_{0}^{5}$$

$$= \frac{5}{2} \times 25 - 125 \times \frac{1}{3} - صفر = \frac{125}{6} = \boxed{20\frac{5}{6}}$$ وحدة مربعة #

س١١/ $\int \frac{لو_هـ س^٢}{لو_هـ س}\, ءس = \int \frac{2\cancel{لو_هـ س}}{\cancel{لو_هـ س}}\, ءس = \int 2\, ءس = \boxed{2س + ث}$ (جـ)

س١٢/ القيمة العظمى المطلقة للدالة د(س) = جاس + جتاس في الفترة [٠، ٢π]

(الحل) د'(س) = جتاس − جاس عند النقط الحرجة د'(س) = صفر

جتاس − جاس = صفر ⇐ جتاس = جاس ⇐ $\frac{جاس}{جتاس} = 1$

طاس = 1 ⇐ س = ٤٥° أو س = ٢٢٥°

$س = \frac{\pi}{4}$ أو $س = \frac{5\pi}{4}$

أحمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

$د(\frac{\pi}{4}) = جا ٤٥° + جتا ٤٥° = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \boxed{\sqrt{2}} \simeq 1,4$

$د(\frac{5\pi}{4}) = جا ٢٢٥° + جتا ٢٢٥° = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = \boxed{-\sqrt{2}}$

$د(٠) = جا صفر + جتا صفر = صفر + 1 = \boxed{1}$

$د(2\pi) = جا 2\pi + جتا 2\pi = \boxed{1}$

مع أطيب أمنياتي
أ/ أحمد محمد العواني
معلم أول الرياضيات بطنطا

∴ القيمة العظمى المطلقة هي $\boxed{\sqrt{2}}$ (د) #

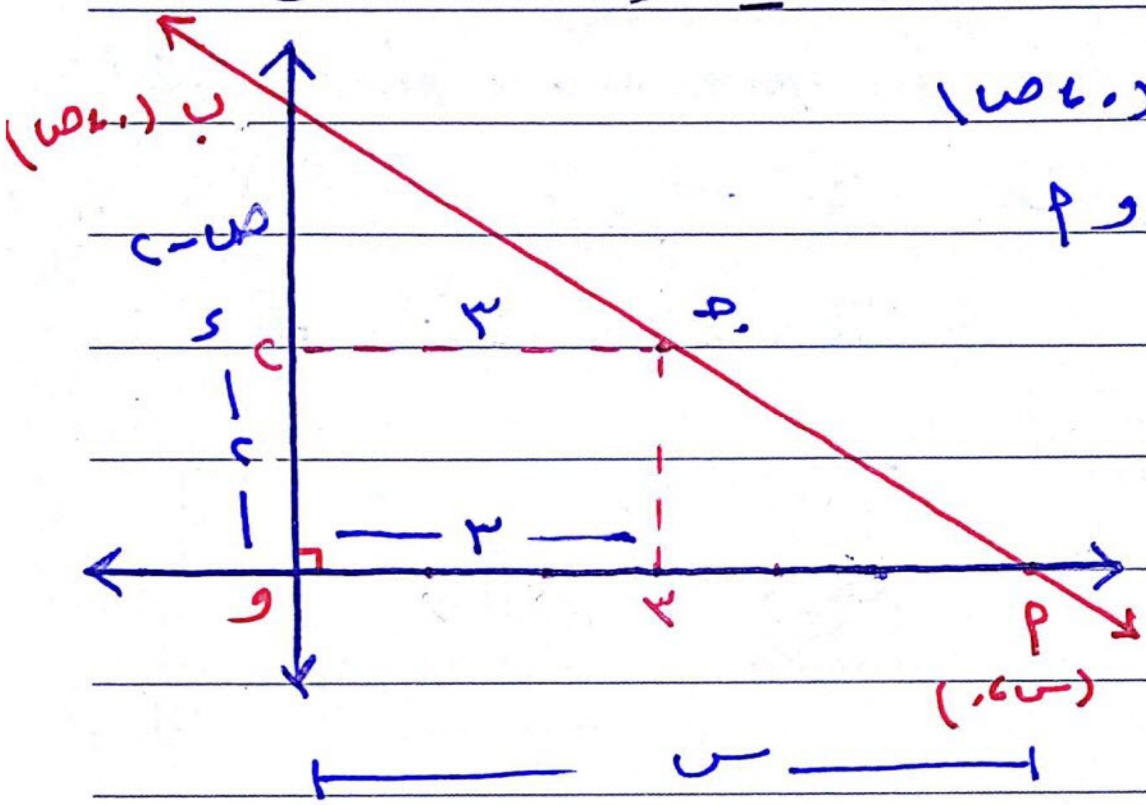
س١٣/ إذا كانت د(س) = |س| فإن $\int_{-2}^{2} د(س)\, ءس = \ldots\ldots$

د(−س) = |−س| = |س| = د(س) ∴ الدالة زوجية

$\int_{-2}^{2} |س|\, ءس = 2\int_{0}^{2} |س|\, ءس = 2\int_{0}^{2} س\, ءس = \left[س^٢\right]_{0}^{2} = 4 - 0 = \boxed{4}$ (أ)

حل آخر ممكن تقسيمها إلى فترتين

س١٤/ في مستوى إحداثي متعامد رسم المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يمر بالنقطة ج(٣، ٢) ويقطع محور السينات في النقطة أ ومحور الصادات في النقطة ب. أوجد أصغر مساحة للمثلث أ و ب حيث و نقطة الأصل



بفرض أ(س، ٠)، ب(٠، ص)

△ ب د ج ~ △ ب و أ

$\therefore \frac{ب د}{ب و} = \frac{د ج}{و أ}$

$\frac{ص - ٢}{ص} = \frac{٣}{س}$

$س = \frac{٣ص}{ص - ٢} \leftarrow (١)$

مساحة △ = م = $\frac{١}{٢}$ س ص = $\frac{١}{٢} \times \frac{٣ص}{ص - ٢} \times ص$

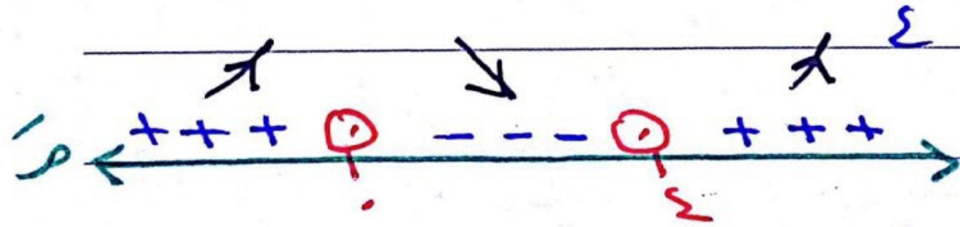
$م = \frac{٣}{٢} \times \frac{ص^٢}{ص - ٢} \leftarrow (٢)$

$م' = \frac{٣}{٢} \times \frac{(ص - ٢) \times ٢ص - ص^٢ \times ١}{(ص - ٢)^٢} = \frac{٣}{٢} \times \frac{ص^٢ - ٤ص}{(ص - ٢)^٢}$

عند العظمى أو الصغرى المحلية م' = صفر ⟸ ص(ص − ٤) = صفر

ص = صفر أو ص = ٤

من بحث الإشارة نجد أن



مساحة △ أصغر ما يمكن عند ص = ٤

بالتعويض في (٢) ∴ أصغر مساحة = $\frac{٣}{٢} \times \frac{٤^٢}{٤ - ٢} = \boxed{١٢}$ وحدة مربعة

س١٥/ إذا كان لمنحنى الدالة د حيث د(س) = جتا س − أ س² نقطة انقلاب عند س = $\frac{\pi}{٣}$ فإن قيمة الثابت أ = ...

أ/ محمد العواني

الحل: $د(س) = جتاس - أ س^2 \Leftarrow د'(س) = -جاس - ٢أ س$

$د''(س) = -جتاس - ٢أ$ ∵ عند $س = \frac{\pi}{٣}$ يوجد نقطة انقلاب

∴ $د''(\frac{\pi}{٣}) = -جتا ٦٠ - ٢أ = صفر \Leftarrow -\frac{١}{٢} - ٢أ = صفر \Leftarrow -\frac{١}{٢} = ٢أ$

∴ $\boxed{أ = -\frac{١}{٤}}$ (ب)

س١٦/ سقط حجر في بحيرة ساكنة فتولدت موجة دائرية يتزايد طول نصف قطرها بمعدل ٤ سم/ث، أوجد معدل التغير في مساحة سطح الموجة في نهاية ٥ ثوانٍ

الحل: بعد ن ثانية $نق = ٠ + ٤ن \Leftarrow نق = ٤ن$ سم

مساحة الموجة الدائرية $م = \pi نق^2 \Leftarrow م = \pi \times (٤ن)^2$

$م = ١٦\pi ن^2 \Leftarrow \frac{دم}{دن} = ٣٢\pi ن$

$\left(\frac{دم}{دن}\right)_{ن=٥} = ٣٢\pi \times ٥ = \boxed{١٦٠\pi}$ سم²/ث

أحمد العواني

معلم أول الرياضيات بطنطا

س١٧/ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين

(أ) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية (إن وجدت) للدالة $د(س) = (٢ - س) هـ^س$

الحل: $د'(س) = (٢-س) \times هـ^س + هـ^س \times -١ = هـ^س (٢ - س - ١) \Leftarrow د'(س) = هـ^س (١ - س)$

$د''(س) = هـ^س \times -١ + (١ - س) هـ^س = هـ^س (\cancel{-١} \cancel{+١} - س) = -س هـ^س$

عند العظمى أو الصغرى المحلية $د'(س) = صفر \Leftarrow هـ^س ≠ صفر$ (مرفوضة) أما $س = ١$

$د''(١) = -١ هـ < صفر$ يوجد قيمة عظمى محلية وهي $د(١) = (٢ - ١) \times هـ^١ = \boxed{هـ}$

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة $د(س) = ٣س^٤ - ٤س^٣$ في الفترة $[-١، ٢]$

الحل: $د'(س) = ١٢س^٣ - ١٢س^2$ عند النقط الحرجة $د'(س) = صفر$

$١٢س^2 (س - ١) = صفر \Leftarrow س = صفر$ أو $س = ١ \in [-١، ٢]$

$د(صفر) = \boxed{صفر}$ ، $د(١) = ٣ - ٤ = \boxed{-١}$

$د(-١) = ٣ + ٤ = \boxed{٧}$ ، $د(٢) = ٣ \times ٢^٤ - ٤ \times ٢^٣ = \boxed{١٦}$

∴ القيمة الصغرى المطلقة هي $\boxed{-١}$ عند $س = ١$

القيمة العظمى المطلقة هي $\boxed{١٦}$ عند $س = ٢$ #

س١٨/ $\int ٢جتا^2س \, دس = \int (١ + جتا٢س) \, دس$

$= \boxed{س + \frac{١}{٢} جا٢س + ث}$ (أ) #

∵ $جتا٢س = ٢جتا^2س - ١$

∴ $٢جتا^2س = ١ + جتا٢س$