

اثبت أن :

$$\frac{2^n}{\binom{2n}{n}} = \binom{2n}{n} + \dots + \binom{2n}{2} + \binom{2n}{1} + \binom{2n}{0}$$

الحل

$$\therefore \binom{2n}{n} = \binom{2n}{n-1} \times \binom{2n}{n}$$

$$\binom{2n}{n} = \binom{2n}{n-1} + \binom{2n}{n-2} + \dots + \binom{2n}{2} + \binom{2n}{1} + \binom{2n}{0}$$

الحد المشتمل على $\binom{2n}{n}$ في المفكوك $\binom{2n}{n}$

$$C_{n+r} = C_r$$

الحد المشتمل على $\binom{2n}{n}$ في الطرف الأيمن:

$$\begin{aligned} & \binom{2n}{n} \times \binom{2n}{n} + \binom{2n}{n-1} \times \binom{2n}{n-1} + \dots + \binom{2n}{2} \times \binom{2n}{2} + \binom{2n}{1} \times \binom{2n}{1} + \binom{2n}{0} \times \binom{2n}{0} \\ &= \binom{2n}{n} + \binom{2n}{n-1} + \dots + \binom{2n}{2} + \binom{2n}{1} + \binom{2n}{0} \end{aligned}$$

الحد المشتمل على $\binom{2n}{n}$ في الطرف الأيسر:

$$\frac{2^n}{\binom{2n}{n}} = \binom{2n}{n}$$

$$\therefore \frac{2^n}{\binom{2n}{n}} = \binom{2n}{n} + \dots + \binom{2n}{2} + \binom{2n}{1} + \binom{2n}{0}$$