

## مراجعة الاحصاء للتأنيوة العامة

نفرض أن ل (ب) = س ومنها ل (أ) = 2س ، ل (ج) = س  
 $\therefore$  ل (أ) + ل (ب) + ل (ج) = 1  
 $\therefore$  2س + س + س = 1  
 $\therefore$  4س = 1  
 $\therefore$  س =  $\frac{1}{4}$   
 $\therefore$  ل (أ) =  $\frac{1}{2}$  ، ل (ب) =  $\frac{1}{4}$  ، ل (ج) =  $\frac{1}{4}$   
 $\therefore$  ل (ب ∪ ج) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

(3) من مجموعة الأرقام {0, 1, 2, 3} كون عدد من رقمين مختلفين ،  
 أحسب احتمال الحدث " العدد زوجي أو رقم العشرات فردى " .

### الحل

ف = {0, 1, 2, 3, 10, 20, 30, 31, 32, 33} ،  
 ن (ف) = 9

م (العدد زوجي) = {0, 10, 20, 30, 32} ،  
 ن (م) = 5  
 ب (رقم العشرات فردى) = {0, 10, 20, 30, 31, 32, 33} ،  
 ن (ب) = 7  
 م ∩ ب = {0, 10, 20, 30} ،  
 ن (م ∩ ب) = 4  
 $\therefore$  ل (ب ∪ م) = ل (ب) + ل (م) - ل (م ∩ ب) =  $\frac{7}{9} + \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$

(4) إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية بحيث م ⊃ ب وكان  
 ل (م) = 0.4 ، ل (م ∪ ب) = 0.8 ، فأوجد احتمالات الأحداث الآتية :

أولاً : وقوع الحدث ب وثانياً : وقوع الحدث م وعدم وقوع الحدث ب  
 ثالثاً : وقوع الحدث م أو عدم وقوع الحدث ب .

### الحل

$\therefore$  ل (ب ∪ م) = ل (ب) + ل (م) - ل (م ∩ ب) = 0.8  
 $\therefore$  ل (م ∩ ب) = ل (م) - ل (ب) = 0.4 - 0.2 = 0.2  
 $\therefore$  ل (ب ∪ م) = 0.2 + 0.6 = 0.8  
 $\therefore$  ل (ب) = 0.2 ، ل (م) = 0.6 ، ل (م ∩ ب) = 0.2

- (1) يقال لحدثين أ ، ب من فضاء العينة ف أنهما متنافيان إذا كان ----  
 (2) متغير عشوائى متوسطه 75 وتباينه 36 فإن معامل الاختلاف  $\frac{\sigma}{\mu} = \frac{6}{15} = 0.4$  له يساوى ----  
 (3) إذا كان ص متغير طبيعى معيارى وسطه الحسابى = 10 فإن  $\frac{1}{\sigma} = 0.1$  ل (ص < 10) = ----  
 (4) إذا كان معامل الارتباط الخطى ر = 1 فإن نوع الارتباط يسمى ----  
 (5) احتمال الحدث المؤكد = ---- واحتمال الحدث المستحيل = ----  
 (6) المتغير الطبيعى المعيارى ص وسطه الحسابى = ---- وانحرافه المعيارى = ----  
 (7) المتغير العشوائى س يقسم فضاء النواتج إلى مجموعة من الاحداث المتنافية واتحادها يعطى فضاء العينة ----  
 (8) إذا كان الحدث أ جزئياً من الحدث ب فإن ل (أ ∩ ب) = ----  
 (9) إذا كان معامل إنحدار س على ص هو 0.8 ومعامل الارتباط الخطى بين س ، ص هو 0.71 فإن معامل إنحدار ص على س = ----  
 $\bar{r} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.8 \cdot \frac{10}{14} = 0.57$   
 (10) إذا كان الوسط الحسابى لمتغير عشوائى ما = 100 ، وكان معامل الاختلاف له = 20% ، فإن تباين المتغير العشوائى = ----  
 $\sigma^2 = 100 \times 0.20 = 20$  ،  $\sigma = \sqrt{20} = 4.47$  ، التباين = 20

- (1) سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من بين 40 بطاقة مرقمة من 1 إلى 40 . أوجد احتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل عدداً فردياً :  
 أولاً : يقبل القسمة على 5 . ثانياً : يقبل القسمة على 7 .  
 ثالثاً : يقبل القسمة على 5 أو 7 .

### الحل

ف = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40} ،  
 م (العدد فردياً يقبل القسمة على 5) = {5, 15, 25, 35} ،  
 ل (م) =  $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$   
 ب (العدد فردياً يقبل القسمة على 7) = {7, 21, 35} ،  
 ل (ب) =  $\frac{3}{40}$   
 ج (العدد يقبل القسمة على 5 أو 7) = {5, 7, 15, 21, 25, 35} ،  
 ل (ج) =  $\frac{6}{40} = \frac{3}{20}$

- (2) اشترك ثلاثة لاعبين م ، ب ، ج فى مسابقة لرفع الأثقال ، إذا كان احتمال فوز اللاعب (م) يساوى ضعف احتمال فوز اللاعب (ب) ، واحتمال فوز اللاعب (ب) يساوى احتمال فوزا للاعب (ج) ، فأجد احتمال فوز اللاعب (ب) أو (ج) علماً بأن لاعبا واحدا سيفوز فى المسابقة .

### الحل

(٥) صمم حجر نرد بحيث عند إلقائه يكون احتمال ظهور كل من الأعداد ٥، ٤، ٣، ٢، ١ متساو، واحتمال ظهور العدد ٦ يساوي ثلاثة أمثال أحتمال ظهور العدد ١، احسب احتمال ظهور عدد زوجي .

### الحل

$$1 = (1)ل + (2)ل + (3)ل + (4)ل + (5)ل + (6)ل$$

$$3(1)ل = (6)ل$$

$$1 = (1)ل + (1)ل + (1)ل + (1)ل + (1)ل + (1)ل$$

$$\frac{1}{8} = (1)ل \Leftrightarrow 1 = (1)ل^8$$

$$\frac{1}{8} = (1)ل = (2)ل = (3)ل = (4)ل = (5)ل$$

$$\frac{3}{8} = (6)ل$$

$$\text{احتمال ظهور عدد زوجي} = (2)ل + (4)ل + (6)ل$$

$$\frac{5}{8} = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

(٦) إذا كان  $P$  ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

(i) وقوع أحد الحدثين على الأقل .  
(ii) وقوع أحد الحدثين على الأكثر .  
(iii) وقوع أحد الحدثين فقط .

### الحل

$$P \cap B = (P - B) \cup (B - P)$$

$$P \cap B = 0.3$$

$$P \cap B = 0.5 = 0.3$$

$$0.2 = P \cap B$$

(i) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل  $P \cup B$

$$P \cup B = (P) \cup (B) - (P \cap B)$$

$$0.9 = 0.2 - 0.6 + 0.5 =$$

(ii) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر  $P \cap B$

$$P \cap B = 1 =$$

$$0.8 = 0.2 - 1 =$$

(iii) وقوع أحد الحدثين فقط =

$$P \cup B - (P \cap B)$$

$$0.7 = 0.2 - 0.9 =$$

(٧) إذا كان :  $P \cap B = 0.2$  ،  $P \cap B = 0.3$  ،

$P \cap B = 0.4$  ، أوجد :  $P$  ،  $B$  ،  $P \cup B$  ،

$P \cap B$  ،  $P \cup B$  .

### الحل

$$0.3 = (P \cap B)$$

$$0.3 = (P) - (P \cap B)$$

$$0.5 = 0.3 + 0.2 = (P)$$

$$0.4 = (P \cap B)$$

$$0.4 = (B) - (P \cap B)$$

$$0.6 = 0.2 + 0.4 = (B)$$

$$0.9 = 0.2 - 0.6 + 0.5 = (P \cup B)$$

$$(P \cup B) - 1 = (P \cap B)$$

$$0.1 = 0.9 - 1 =$$

$$(P \cup B) - 1 = (P - B)$$

$$1 - (P - B) =$$

$$1 - [(P \cap B) - (P)ل] =$$

$$0.7 = (0.2 - 0.5) - 1 =$$

(٨) إذا كان  $P$  ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان

$P \cap B = 0.3$  ،  $P \cap B = 0.6$  ،  $P \cap B = 0.3$  فأوجد احتمال

س في كل من الحالات الآتية :  
(i)  $P \cap B = 0.3$  فأوجد قيمة  
(ii) إذا كان  $P$  ،  $B$  متنافيان .

### الحل

$$(i) \text{ عندما : } P \cap B = 0.3$$

$$P \cap B = (P \cap B)$$

$$P \cap B = (P) - (P \cap B)$$

$$0.3 = 0.3 - 1 = 0.3$$

(ii) عندما يكون :  $P$  ،  $B$  متنافيان فإن :

$$P \cap B = 0 \text{ ويكون :}$$

$$0.3 = 0.3 - 1 = 0.3$$

(٩) إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  وكان

توزيعه الاحتمالي يحدد بالدالة  $D$  حيث  $D(S) = \frac{S+1}{10}$  أوجد :

(i) قيمة  $P$  (ii) التوقع والانحراف المعياري للمتغير  $S$  .

### الحل

$$1 = \frac{0+}{10} + \frac{1+}{10} + \frac{2+}{10} + \frac{3+}{10} + \frac{4+}{10} + \frac{5+}{10}$$

$$0 = P \Leftrightarrow 10 = 10 + P \cdot 5$$

| سر | د(سر)          | سر.د(سر)        |
|----|----------------|-----------------|
| ٠  | $\frac{1}{12}$ | ٠               |
| ٢  | $\frac{2}{12}$ | $\frac{8}{12}$  |
| ٣  | $\frac{4}{12}$ | $\frac{36}{12}$ |
| ٤  | $\frac{5}{12}$ | $\frac{80}{12}$ |
|    |                | $\frac{31}{3}$  |

$$\sigma = 9 - \frac{31}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\sigma = 1,1547$$

| سر | د(سر)          | سر.د(سر)        | سر.د(سر)         |
|----|----------------|-----------------|------------------|
| ١  | $\frac{1}{15}$ | $\frac{1}{15}$  | $\frac{1}{15}$   |
| ٢  | $\frac{2}{15}$ | $\frac{4}{15}$  | $\frac{8}{15}$   |
| ٣  | $\frac{3}{15}$ | $\frac{9}{15}$  | $\frac{27}{15}$  |
| ٤  | $\frac{4}{15}$ | $\frac{16}{15}$ | $\frac{64}{15}$  |
| ٥  | $\frac{5}{15}$ | $\frac{25}{15}$ | $\frac{125}{15}$ |
|    |                | $\frac{55}{15}$ | $\frac{225}{15}$ |

$$\mu = \frac{11}{3}, \sigma = 2, \frac{14}{9} = \frac{121}{9} - 15 = 2$$

١٠) إذا كان سـ متغيرا عشوائيا متقطعا متوسطه = ٣ وتوزيعه الاحتمالي كالاتى:

| سر    | ٠ | ٢  | ك             | ٤  |
|-------|---|----|---------------|----|
| د(سر) | ٢ | ٢٢ | $\frac{1}{3}$ | ٢٥ |

(i) أحسب قيمة P ، ك .

(ii) أوجد الانحراف المعياري للمتغير سـ .

الحل

$$P = 1 - (0.2 + 0.22 + \frac{1}{3}) = 0.25$$

$$P = 0.25 = 0.2 + \frac{1}{3} + 0.22 + P$$

$$P = 0.25 \Rightarrow P = \frac{1}{4} = 0.25$$

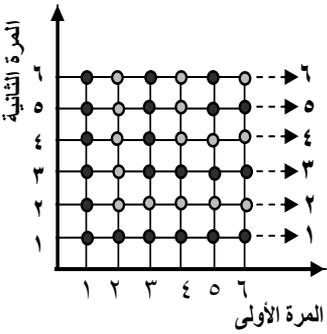
$$\mu = 3 = 0.25 \times 0 + \frac{1}{3} \times 2 + 0.22 \times 2 + 0.25 \times 4$$

$$3 = 0.25 \times 0 + \frac{1}{3} \times 2 + 0.22 \times 2 + 0.25 \times 4$$

ومنها ك = ٣

١١) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى فى كل مرة إذا كان المتغير العشوائى سـ يعبر عن أصغر العددين الظاهرين ، اكتب التوزيع الاحتمالى للمتغير سـ ثم احسب  $\mu$  ،  $\sigma$  .

الحل



| سر | د(سر)           | سر.د(سر)        | سر.د(سر)         |
|----|-----------------|-----------------|------------------|
| ١  | $\frac{11}{36}$ | $\frac{11}{36}$ | $\frac{11}{36}$  |
| ٢  | $\frac{9}{36}$  | $\frac{18}{36}$ | $\frac{36}{36}$  |
| ٣  | $\frac{7}{36}$  | $\frac{21}{36}$ | $\frac{63}{36}$  |
| ٤  | $\frac{5}{36}$  | $\frac{20}{36}$ | $\frac{80}{36}$  |
| ٥  | $\frac{3}{36}$  | $\frac{15}{36}$ | $\frac{75}{36}$  |
| ٦  | $\frac{1}{36}$  | $\frac{6}{36}$  | $\frac{36}{36}$  |
|    |                 | $\frac{91}{36}$ | $\frac{301}{36}$ |

من الجدول :

$$\mu = 2,5277778$$

$$\sigma = 1,4$$

$$\sigma = 1,4$$

(١٢) إذا كان مدى المتغير العشوائى  $s$  هو  $\{1, 0, 2\}$  وكان التوقع يساوى ١ فأوجد:

أولاً: ل  $(s=0)$ ، ل  $(s=2)$   
ثانياً: أوجد معامل الاختلاف

**الحل**

| س.ر. د(س.ر)   | س.ر. د(س.ر)   | د(س.ر)        | س.ر |
|---------------|---------------|---------------|-----|
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | ١ - |
| ٠             | ٠             | ٢             | ٠   |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | ٢             | ٢   |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $1 = \mu$     |     |

$$\frac{1}{8} = 2, \quad \frac{0}{8} = 2$$

$$1,75 = 1 - 2,75 = 2 \sigma$$

$$1,32,288 = \mu, \quad 1,3228757 = \sigma$$

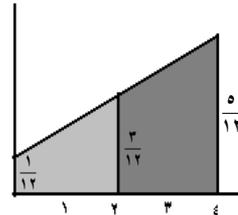
(١٣) إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} \text{حيث } 0 \leq s < 4 \\ \text{فيما فيما ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)} = \frac{(1+s)}{12}$$

فأوجد: أولاً: ل  $(s > 2)$

ثانياً: ل  $(2 \geq s \geq 0)$

**الحل**



$$\text{د(0)} = \frac{1}{12}, \quad \text{د(2)} = \frac{3}{12}, \quad \text{د(4)} = \frac{5}{12}$$

أولاً: ل  $(s > 2) = \text{ل}(s > 2)$

$$\frac{1}{4} = 2 \times [ \text{د(2)} + \text{د(0)} ]$$

$$\frac{1}{4} = 2 \times [ \frac{3}{12} + \frac{1}{12} ]$$

ثانياً: ل  $(2 \geq s \geq 0)$

ل  $(2 \geq s \geq 0)$

لأن مجال الدالة هو  $[0, 4]$

$$2 \times [ \text{د(4)} + \text{د(2)} ] \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{4} = \frac{8}{12} = 2 \times [ \frac{5}{12} + \frac{3}{12} ] \frac{1}{4} =$$

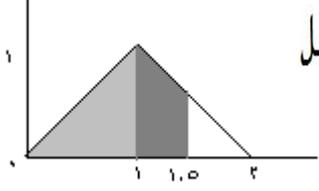
(١٤) إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا بحيث:

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 0, \quad \text{س} < 1 \\ \text{س} - 2, \quad \text{س} > 1, \quad \text{س} < 2 \\ \text{صفر}, \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

(i) اثبت أن د(س) دالة كثافة للمتغير العشوائى  $s$ .

(ii) أوجد ل  $(0 < s < \frac{3}{4})$

**الحل**



$$\text{د(0)} = 0$$

$$\text{د(1)} = 1$$

$$\text{د(2)} = 0$$

(i) ل  $(0 < s < 1) + \text{ل}(1 < s < 2)$

$$1 \times [ 0 + 1 ] \frac{1}{4} + 1 \times [ 1 + 0 ] \frac{1}{4} =$$

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

(ii) ل  $(\frac{3}{4} \geq s \geq 0)$

$$\frac{1}{4} \times [ \frac{1}{4} + 1 ] \frac{1}{4} + 1 \times [ 1 + 0 ] \frac{1}{4} =$$

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{4} =$$

(١٥) إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصل دالة كثافة الاحتمال له هو:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ك(س-4)}, \quad 1 \leq s \leq 3 \\ \text{ك}, \quad 3 < s < 9 \\ \text{صفر}, \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

أولاً: أوجد قيمة ك

**الحل**

∴ دالة كثافة

$$\text{ل}(1 < s < 3) + \text{ل}(3 < s < 9) = 1$$

$$1 = 6 \times [ \text{ك} + \text{ك} ] \frac{1}{6} + 2 \times [ \text{ك} + \text{ك} ] \frac{1}{4}$$

$$1 = 6\text{ك} + 2\text{ك} \Rightarrow 1 = 8\text{ك}$$

$$\text{ل}(2 < s < 3) = \text{ل}(6 < s < 9)$$

$$\frac{9}{6} = \frac{6}{4} + \frac{3}{4} = \text{ل}(3 < s < 6) +$$



٢٣) البيانات التالية تمثل الإنفاق (ص) والدخل الشهري (س) بالجنيه لعينة من ٨ أشخاص .

|           |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| الدخل س   | ١٥٠ | ٢٥٠ | ١٤٠ | ١٥٠ | ١٦٠ | ٢١٠ | ٢٤٠ | ٢٢٠ |
| الإنفاق ص | ١٠٠ | ٢٠٠ | ١٣٠ | ١٠٥ | ١١٥ | ٩٠  | ١٧٠ | ١٨٠ |

أوجد :

- (i) معامل الارتباط الخطي بين س ، ص .  
(ii) خط انحدار الإنفاق على الدخل .  
(iii) قدر الإنفاق إذا كان الدخل ٢٣٠ جنيها .

**الحل**

| س    | ص    | س <sup>٢</sup> | ص <sup>٢</sup> | س ص    |
|------|------|----------------|----------------|--------|
| ١٥٠  | ١٠٠  | ٢٢٥٠٠          | ١٠٠٠٠          | ١٥٠٠٠  |
| ٢٥٠  | ٢٠٠  | ٦٢٥٠٠          | ٤٠٠٠٠          | ٥٠٠٠٠  |
| ١٤٠  | ١٣٠  | ١٩٦٠٠          | ١٦٩٠٠          | ١٨٢٠٠  |
| ١٥٠  | ١٠٥  | ٢٢٥٠٠          | ١١٠٢٥          | ١٥٧٥٠  |
| ١٦٠  | ١١٥  | ٢٥٦٠٠          | ١٣٢٢٥          | ١٨٤٠٠  |
| ٢١٠  | ٩٠   | ٤٤١٠٠          | ٨١٠٠           | ١٨٩٠٠  |
| ٢٤٠  | ١٧٠  | ٥٧٦٠٠          | ٢٨٩٠٠          | ٤٠٨٠٠  |
| ٢٢٠  | ١٨٠  | ٤٨٤٠٠          | ٣٢٤٠٠          | ٣٩٦٠٠  |
| ١٥٢٠ | ١٠٩٠ | ٣٠٢٨٠٠         | ١٦٠٥٠٠         | ٢١٦٦٥٠ |

$$r = \frac{n \sum (س ص) - \sum س \sum ص}{\sqrt{[n \sum س^2 - (\sum س)^2][n \sum ص^2 - (\sum ص)^2]}}$$

$$r = \frac{109 \times 1520 - 216650 \times 10}{\sqrt{[10 \times 302800 - (216650)^2][10 \times 160500 - (1090)^2]}}$$

$$r = 0,735649939$$

$$n \sum (س ص) - \sum س \sum ص = P$$

$$\frac{P}{n \sum ص^2 - (\sum ص)^2} = 1$$

$$0,68214857 = \frac{109 \times 1520 - 216650 \times 10}{10 \times 160500 - (1090)^2}$$

$$\frac{س ص - P}{n} = 1$$

$$\frac{1520 \times 0,68214857 - 1090}{10} = 1$$

$$6,642857143 = 1$$

معادلة خط انحدار ص على س

$$ص = 0,682 + 6,6429 س$$

عندما س = ٢٣٠

$$ص = 0,682 + 230 \times 6,6429$$

$$ص = 163,53$$

٢٤) من بيانات الجدول الآتي :

|   |       |         |       |       |      |         |
|---|-------|---------|-------|-------|------|---------|
| س | ٣٠    | ٤٠      | ٥٠    | ٤٥    | ٢٥   | ٤٥      |
| ص | مقبول | جيد جدا | ممتاز | مقبول | ضعيف | جيد جدا |

أحسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان ميينا نوعه .

**الحل**

| س  | ص       | رتب س | رتب ص | ف   | ف <sup>٢</sup> |
|----|---------|-------|-------|-----|----------------|
| ٣٠ | مقبول   | ٢     | ٢,٥   | ٠,٥ | ٠,٢٥           |
| ٤٠ | جيد جدا | ٣     | ٤,٥   | ١,٥ | ٢,٢٥           |
| ٥٠ | ممتاز   | ٦     | ٦     | ٠   | ٠              |
| ٤٥ | مقبول   | ٤,٥   | ٢,٥   | ٢   | ٤              |
| ٢٥ | ضعيف    | ١     | ١     | ٠   | ٠              |
| ٤٥ | جيد جدا | ٤,٥   | ٤,٥   | ٠   | ٠              |
|    |         |       |       | ٦,٥ |                |

$$r = \frac{6 \sum (ف ف) - (\sum ف)^2}{(1 - r^2)}$$

$$r = \frac{6 \times 6,5 - 42,5^2}{35 \times 6} = 0,8142857$$

(طردى قوى)