[82] الدور الأول المرحلة الثانية	جمهورية مصر العربية وزارة التربية والتعليم امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ م نموذج إجابة التفاضل والتكامل (رياضيات ٢)	الدرجة العظمى (١٥) الدرجة الصغرى (-) عدد الصفحات (٥)

الدرجة الكلية : (٣٠) درجة ثم تقسم على (٢) لتصبح الدرجة الفعلية (١٥) درجة

إجابة السؤال الأول : (٩ درجات) : (أ) ٤ درجات ، (ب) درجة ، (حـ) ٤ درجات

(أ) (i) $\int \left[\frac{س + ١}{(٣س + ١)^{٥}} \right] ء س = \frac{١}{٣} \int \left[\frac{٣س + ١}{(٣س + ١)^{٥}} + \frac{٢}{(٣س + ١)^{٥}} \right] ء س$ نصف درجة

$= \frac{١}{٣} \int \left[(٣س + ١)^{-٤} + ٢(٣س + ١)^{-٥} \right] ء س$ نصف درجة

$= \frac{١}{٣} \left[- \frac{(٣س + ١)^{-٣}}{٩} - \frac{(٣س + ١)^{-٤}}{٦} \right] + ث$ درجة

(ii) $\int (حا^{٢} ٣س + حتا^{٢} ٣س + طا^{٢} ٣س) ء س$

$= \int قا^{٢} ٣س ء س = \frac{١}{٣} طا ٣س + ث$ درجة نصف درجة نصف درجة

(ب) تكون الدالة قابلة للاشتقاق عند النقطة س = أ إذا كان $\left(\frac{ء ص}{ء س} \right)_{س = أ}$ لها وجود

أى نهـــا $\frac{د(أ + هـ) - د(أ)}{هـ}$ لها وجود

$هـ \to ٠$ درجة

(حـ) $د'(س) = \frac{س^{٢} + ١ - ٢س^{٢}}{(س^{٢} + ١)^{٢}} = \frac{١ - س^{٢}}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$ درجة

$د'(س) =$ صفر $\Leftarrow$ $١ - س^{٢} =$ صفر نصف درجة

نصف درجة نصف درجة

$\therefore س = ١ \in [٠ ، ٢]$ أ، $س = -١ \notin [٠ ، ٢]$

$\therefore د(١) = \frac{١}{٢}$ ، $د(٠) =$ صفر ، $د(٢) = \frac{٢}{٥}$ نصف درجة

$\therefore$ القيمة العظمى المطلقة $= \frac{١}{٢}$ نصف درجة

القيمة الصغرى المطلقة = صفر نصف درجة

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الثاني : (٧ درجات) : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) ∵ الدالة قابلة للاشتقاق عند س = ٢

∴ د'(٢⁺) = د'(٢⁻)　نصف درجة

∴ أ = ٢س ، عند س = ٢

∴ أ = ٤　درجة

أيضا الدالة متصلة عند س = ٢

∴ د(٢⁺) = د(٢⁻)　نصف درجة

∴ ٤ × ٢ + ب = ٤ ـ ٤　نصف درجة

∴ ب = ـ ٨　نصف درجة

(ب) ∵ د''(س) = ٦ س ـ ٤

∴ د'(س) = ∫ (٦ س ـ ٤) ء س

∴ د'(س) = ٣ س٢ ـ ٤ س + ث١　نصف درجة

، عندما س = ٣ فإن د'(س) = ٠

∴ ٣ × ٩ ـ ٤ × ٣ + ث١ = ٠

∴ ث١ = ـ ١٥　نصف درجة

∴ د'(س) = ٣ س٢ ـ ٤ س ـ ١٥

، د(س) = ∫ (٣ س٢ ـ ٤ س ـ ١٥) ء س

∴ د(س) = س٣ ـ ٢ س٢ ـ ١٥ س + ث٢　نصف درجة

∵ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ـ ٥)

∴ ـ ٥ = ١ ـ ٢ ـ ١٥ + ث٢ ⟸ ث٢ = ١١　نصف درجة

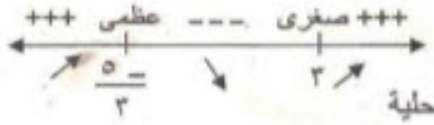
∴ د(س) = س٣ ـ ٣ س٢ ـ ١٥ س + ١١　نصف درجة

د'(س) = ٠ ⟸ ٣ س٢ ـ ٤ س ـ ١٥ = ٠

∴ (٣ س + ٥)(س ـ ٣) = ٠

∴ س = ـ ٥/٣ ، س = ٣　نصف درجة

∴ الدالة لها قيمة عظمى محلية عند س = ـ ٥/٣　نصف درجة



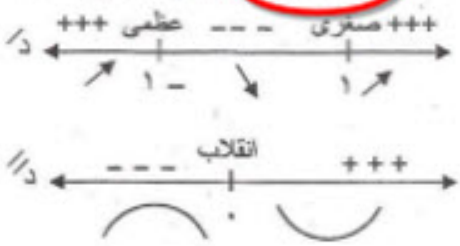
∴ د(ـ ٥/٣) = ٦٩٧/٢٧　نصف درجة　وهى القيمة العظمى المحلية

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الثالث : (٧ درجات) : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) د(س) = س^{٣} − ٣س + ٢

نصف درجة لتحديد أنواع النقط



∵ د/(س) = ٣س^{٢} − ٣　　نصف درجة

عند د/(س) = ٠ ⟸ س = ± ١　　نصف درجة

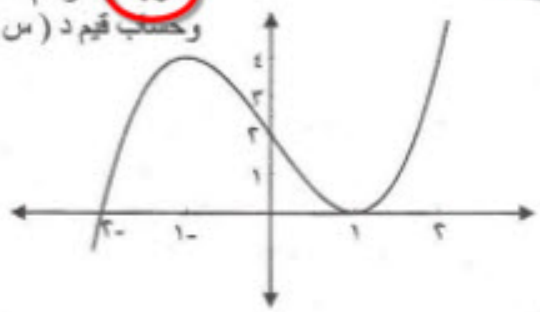
∵ د//(س) = ٦س

عند د//(س) = ٠ ⟸ س = ٠　　نصف درجة

س	−٢	−١	٠	١	٢
د(س)	٠	٤	٢	٠	٤

عظمى　انقلاب　صغرى

درجة للرسم وحساب قيم د(س)



(ب) ∵ ص = س^{٢}

نفرض أن نقطة التماس هى (أ ، ب)

∴ ب = أ^{٢} ..... (١)　　نصف درجة

، $\frac{د ص}{د س}$ = ٢س ، عند س = أ فإن $\frac{د ص}{د س}$ = ٢أ　　نصف درجة

∵ معادلة المماس هى ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)

∴ ص − ب = ٢أ (س − أ)　　نصف درجة

من (١) ∴ ص − أ^{٢} = ٢أ (س − أ)　　نصف درجة

∵ النقطة (٣ ، ٥) تقع على المماس

∴ ٥ − أ^{٢} = ٢أ (٣ − أ)

∴ ٥ − أ^{٢} = ٦أ − ٢أ^{٢}

∴ أ^{٢} − ٦أ + ٥ = ٠　　نصف درجة

∴ (أ − ١) (أ − ٥) = ٠ ⟸ أ = ١ أ، أ = ٥　　نصف درجة

∴ معادلة المماس هى : ص − ١ = ٢ (س − ١) أى ص − ٢س + ١ = ٠　　نصف درجة

أ، ص − ٢٥ = ١٠ (س − ٥) أى ص − ١٠س + ٢٥ = ٠　　نصف درجة

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الرابع : (٧ درجات) : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) ∵ حا س = س ص　　بالتفاضل بالنسبة إلى س

∴ حتا س = س $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ + ص ⟸ $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ = $\frac{\text{حتا س − ص}}{\text{س}}$ ..... (١)　　درجة　　نصف درجة

بالتفاضل مرة أخرى بالنسبة إلى س

∴ − حا س = س $\frac{\text{د}^{٢}\text{ص}}{\text{د س}^{٢}}$ + ٢ $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$　　درجة

من (١)

∴ − س ص = س ص″ + ٢ $\frac{(\text{حتا س − ص})}{\text{س}}$　　نصف درجة　　بالضرب فى س

∴ − س^{٢} ص = س^{٢} ص″ + ٢ حتا س − ٢ ص　　نصف درجة

∴ س^{٢} (ص + ص″) + ٢ حتا س = ٢ ص　　نصف درجة

(ب) ∵ د (س) = $\frac{٦}{\text{س}^{٢} + ٣}$ ..... (١)

∴ ميل المماس = ر′ (س) = $\frac{\text{صفر − ١٢ س}}{(\text{س}^{٢} + ٣)^{٢}}$

∴ ر′ (س) = $\frac{-١٢\text{ س}}{(\text{س}^{٢} + ٣)^{٢}}$　　نصف درجة

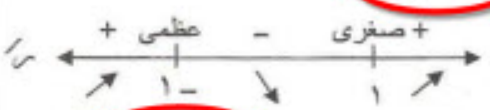
∴ ر″ (س) = $\frac{-١٢ (\text{س}^{٢} + ٣)^{٢} + ١٢\text{ س} \times ٤\text{ س} (\text{س}^{٢} + ٣)}{(\text{س}^{٢} + ٣)^{٤}}$　　نصف درجة

∴ ر″ (س) = $\frac{٣٦\text{ س}^{٢} - ٣٦}{(\text{س}^{٢} + ٣)^{٣}}$　　نصف درجة

ميل المماس ر′ (س) يكون أكبر ما يمكن أو أصغر ما يمكن عندما ر″ = صفر

∴ ٣٦ س^{٢} − ٣٦ = صفر　∴ س = ١ أ ، س = − ١　　نصف درجة

من (١) د (١) = $\frac{٣}{٣}$ ، د (− ١) = $\frac{٣}{٣}$



نصف درجة للرسم أو لاستخدام المشتقة الثانية لتحديد نوع النقطتين

∴ ميل المماس يكون أكبر ما يمكن عند النقطة (− ١ ، $\frac{٣}{٣}$)

، ميل المماس يكون أصغر ما يمكن عند النقطة (١ ، $\frac{٣}{٣}$)　　نصف درجة

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الخامس : (٧ درجات) : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) د(٠+) = نهـــا (ط٣ س / س) = ٣　　درجة

س ← ٠+

د(٠-) = نهـــا (٢ + حتا س) = ٢ + ١ = ٣　　درجة

س ← ٠-

∴ د(٠+) = د(٠-) = ٣　　نصف درجة

∴ نهـــا د(س) = ٣　　نصف درجة

س ← ٠

(ب)

i) ∵ ص = ٧√س　　بالتفاضل بالنسبة للزمن

∴ ء ص / ء ن = ١ / ٢٧√س × ء س / ء ن　　نصف درجة

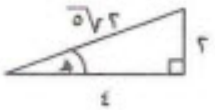
وعندما س = ٤　　∴ ١ = ١/٤ ء س / ء ن

∴ ء س / ء ن = ٤ سم / ث　　نصف درجة

ii) نفرض أن المسافة و أ = ف

∴ ف٢ = س٢ + ص٢

∴ ٢ف ء ف / ء ن = ٢س ء س / ء ن + ٢ص ء ص / ء ن　　نصف درجة



وعندما س = ٤　　فإن ص = ٢ ، ف = ٢√٥

∴ ٢√٥ ء ف / ء ن = ٢ × ٤ + ٤ × ١　　نصف درجة

∴ ء ف / ء ن = ١٨ / ٢√٥ = ٩√٥ / ٥ سم / ث　　نصف درجة

iii) ∵ ظا هـ = ص / س = ٧√س / س = س^(-١/٢)　　نصف درجة

∴ قا٢هـ ء هـ / ء ن = -١/٢ س^(-٣/٢) ء س / ء ن　　نصف درجة ، عند س = ٤

∴ (٧√/٢)٢ ء هـ / ء ن = -١/٢ × ١/٨ × ٤　　∴ ء هـ / ء ن = -١/٥ ء / ث　　نصف درجة

(تراعى الحلول الأخرى)

انتهى نموذج الإجابة